



Over dit boek

Dit is een digitale kopie van een boek dat al generaties lang op bibliotheekplanken heeft gestaan, maar nu zorgvuldig is gescand door Google. Dat doen we omdat we alle boeken ter wereld online beschikbaar willen maken.

Dit boek is zo oud dat het auteursrecht erop is verlopen, zodat het boek nu deel uitmaakt van het publieke domein. Een boek dat tot het publieke domein behoort, is een boek dat nooit onder het auteursrecht is gevallen, of waarvan de wettelijke auteursrechttermijn is verlopen. Het kan per land verschillen of een boek tot het publieke domein behoort. Boeken in het publieke domein zijn een stem uit het verleden. Ze vormen een bron van geschiedenis, cultuur en kennis die anders moeilijk te verkrijgen zou zijn.

Aantekeningen, opmerkingen en andere kanttekeningen die in het origineel stonden, worden weergegeven in dit bestand, als herinnering aan de lange reis die het boek heeft gemaakt van uitgever naar bibliotheek, en uiteindelijk naar u.

Richtlijnen voor gebruik

Google werkt samen met bibliotheken om materiaal uit het publieke domein te digitaliseren, zodat het voor iedereen beschikbaar wordt. Boeken uit het publieke domein behoren toe aan het publiek; wij bewaren ze alleen. Dit is echter een kostbaar proces. Om deze dienst te kunnen blijven leveren, hebben we maatregelen genomen om misbruik door commerciële partijen te voorkomen, zoals het plaatsen van technische beperkingen op automatisch zoeken.

Verder vragen we u het volgende:

- + *Gebruik de bestanden alleen voor niet-commerciële doeleinden* We hebben Zoeken naar boeken met Google ontworpen voor gebruik door individuen. We vragen u deze bestanden alleen te gebruiken voor persoonlijke en niet-commerciële doeleinden.
- + *Voer geen geautomatiseerde zoekopdrachten uit* Stuur geen geautomatiseerde zoekopdrachten naar het systeem van Google. Als u onderzoek doet naar computervertalingen, optische tekenherkenning of andere wetenschapsgebieden waarbij u toegang nodig heeft tot grote hoeveelheden tekst, kunt u contact met ons opnemen. We raden u aan hiervoor materiaal uit het publieke domein te gebruiken, en kunnen u misschien hiermee van dienst zijn.
- + *Laat de eigendomsverklaring staan* Het “watermerk” van Google dat u onder aan elk bestand ziet, dient om mensen informatie over het project te geven, en ze te helpen extra materiaal te vinden met Zoeken naar boeken met Google. Verwijder dit watermerk niet.
- + *Houd u aan de wet* Wat u ook doet, houd er rekening mee dat u er zelf verantwoordelijk voor bent dat alles wat u doet legaal is. U kunt er niet van uitgaan dat wanneer een werk beschikbaar lijkt te zijn voor het publieke domein in de Verenigde Staten, het ook publiek domein is voor gebruikers in andere landen. Of er nog auteursrecht op een boek rust, verschilt per land. We kunnen u niet vertellen wat u in uw geval met een bepaald boek mag doen. Neem niet zomaar aan dat u een boek overal ter wereld op allerlei manieren kunt gebruiken, wanneer het eenmaal in Zoeken naar boeken met Google staat. De wettelijke aansprakelijkheid voor auteursrechten is behoorlijk streng.

Informatie over Zoeken naar boeken met Google

Het doel van Google is om alle informatie wereldwijd toegankelijk en bruikbaar te maken. Zoeken naar boeken met Google helpt lezers boeken uit allerlei landen te ontdekken, en helpt auteurs en uitgevers om een nieuw leespubliek te bereiken. U kunt de volledige tekst van dit boek doorzoeken op het web via <http://books.google.com>

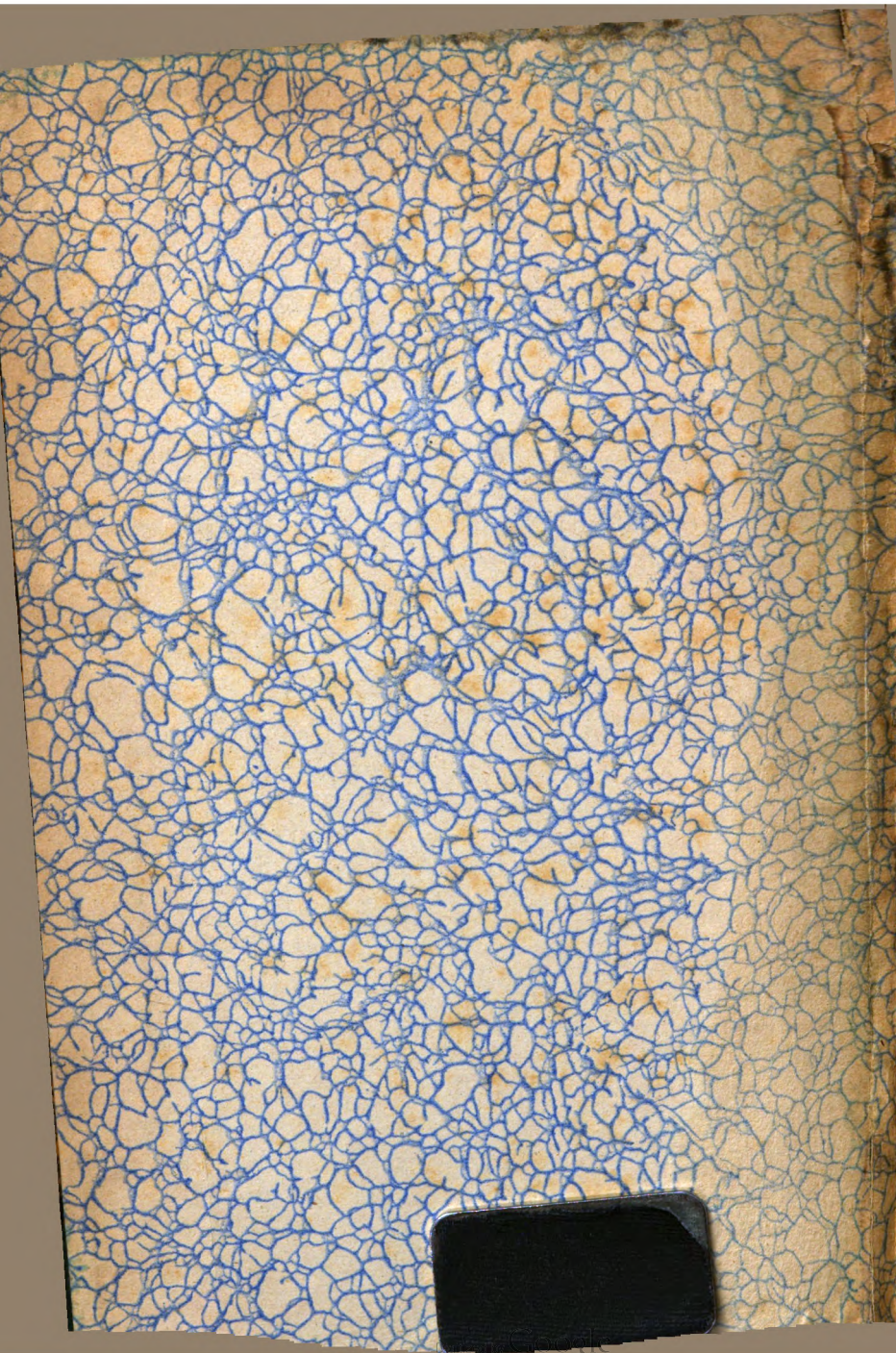
ANLEIDING
TOEGEWYD
VOOR JEELDEN
TOEWYDING IN HET
RECHT NIETIG TEEKENEN
TEN GEBRUIKE BIJ HET ONDERWIS
AAN HOOGERE BURGERSCHOLEN
EN
BIJ ZELFONDERRICHT.
DOOR

T. HOOIBERG,

Leeraar in het rechtlijtig teekenen aan de Hoogere Burgerschool te Leiden

Tweede verbeterde uitgave.

LEIDEN
T. HOOIBERG EN ZOON
1873.



Neudorff'sch-Schneidmusem
Pflanzengarten 15. Aug. 18. 18. 18. 18.
A. M. S. 18. 18. 18. 18.

4162

NOK og 91

HANDLEIDING
BIJ DE
VOORBEELDEN

TOT OEFENING IN HET

RECHTLIJNIG TEEKENEN

TEN GEBRUIKE BIJ HET ONDERWIJS

AAN HOOGERE BURGERSCHOLEN

EN

BIJ ZELFONDERRICHT.

DOOR

T. HOOIBERG,

Leeraar in het rechtlijnig teekenen aan de Hoogere Burgerschool te Leiden.

EERSTE CURSUS.

Tweede verbeterde uitgave.

LEIDEN

T. HOOIBERG EN ZOON,

1872.

VOORREDE.

Vijf jaren zijn verloopen sedert ik mijne voorbeelden voor het Meetkunstig- of Lijnteekenen uitgaf. In dien tijd deed ik de ondervinding op dat de voorbeelden, onder boven vermelden titel uitgegeven, meer nut zouden kunnen stichten, wanneer ze meer in overeenstemming gebracht werden met het onderricht in de Wiskunde.

De goede ontvangst die de eerste uitgave mocht genieten, moedigde mij tot een nieuwe uitgave aan, niettegenstaande daaraan niet onbelangrijke kosten verbonden waren; terwijl de bereidwilligheid van mijn geëerde vriend, Dr. C. Brutel de la Rivière, om mij in de keus der figuren en het nazien van den tekst behulpzaam te zijn, te eerder daartoe aanspoorde.

Weinige platen van de eerste uitgave zijn in hun geheel behouden gebleven; veel is verschikt, weggelaten, bijgevoegd. De onderwijzer heeft nu van plaat VII af een ruime keus.

Ik heb aan deze uitgave een nieuwen titel gegeven, overeenkomende met de benaming waaronder dit gedeelte van het middelbaar onderwijs door de Regeering wordt aangeduid.

T. H.

LIJNEN EN HOEKEN.

PL. I.

Verklaring van eenige termen bij de meetkunde in gebruik.

1. *a*, gewone lijn; *b*, zware lijn; *c*, gestippelde lijn; *d*, lijn van stippels en punten; *c*, *d*, kunnen ook constructie-lijnen genoemd worden.

(Men bezige steeds gelijksoortige lijnen tot gelijksoortig doel.)

a, *b*, *c*, *d*, rechte lijnen; *e*, gebroken lijn; *f*, kromme lijn; *g*, zoogenaamde gemengde lijn (*ligne mixte*); *h*, verticale-, *a*, *b*, *c*, *d*, horizontale-, *i*, schuine-, *k*, gebogen evenwijdige lijnen.

2. *a y*, *b y*, lijnen die elkaâr in het punt *y* der lijn *c d* ontmoeten.

3a. *a b*, *c d*, *e f*, lijnen die elkaâr in het punt *g* snijden; *g* draagt den naam van *snijpunt*.

3b. *AB*, *CD* evenwijdige lijnen, welke door de lijn *EF* gesneden worden.

a, *d*, overeenkomstige hoeken.

a, *f*, verwisselende binnenhoeken.

c, *d*, verwisselende buitenhoeken.

a, *e*, binnenhoeken aan denzelfden kant van de snijlijn.

b, *d*, buitenhoeken aan denzelfden kant van de snijlijn.

4. *a*, zigzag lijn; *b*, getande lijn; deze figuren te construeeren met behulp van de gestippelde lijnfiguur *a**.

5. Rechte hoek; 6, scherpe hoek; 7, stompe hoek. In 5, 6, 7 is *b* het hoekpunt; verder worden *a b* en *b c* de beenen van den hoek genoemd.

8. ab , bc , enz. *zijden*, ad , hb , fd *diagonalen* van den veelhoek $ab...h$.

Teeken al de diagonalen, die in de figuur nog kunnen getrokken worden.

16. Cirkelomtrek: c , *middelpunt*; acb , *middellijn* of *diameter*; ca , cb , cd , *stralen*; bd , *koorde*; bfd , *boog*; ef , *pijl*; cf is loodrecht op bd .

17. Symmetrische figuren.

a. De punten p en q zijn symmetrisch gelegen met betrekking tot de lijn mn , indien mn loodrecht is op pq en deze lijn middendoor deelt. Men noemt mn de *as van symmetrie*.

In b , c , d en e stelt mn de *as van symmetrie* voor; a en b , g en h zijn symmetrisch gelegen punten.

De symmetrische figuur, waarvan $abcd$ de eene helft voorstelt, te voltooien.

Het trekken van lijnen loodrecht op en evenwijdig aan andere lijnen.

9. De lijn te construeeren welke loodrecht is op ab en deze lijn middendoor deelt.

Beschrijf uit a en b met gelijke stralen, doch grooter dan de helft van ab , boven en onder de lijn ab cirkelbogen en vereenig hunne snijpunten d en e ; of beschrijf uit a en b cirkelbogen, waarvan de snijpunten d en d' aan dezelfde zijde van ab zijn gelegen, en trek door deze punten een lijn.

10. Uit het punt P een loodlijn op de lijn cd neder te laten.

Beschrijf uit P een cirkelboog, en uit de punten a en b , waar deze de lijn cd snijdt, met gelijke stralen mede cirkelbogen; de lijn Pp , welke door het snijpunt e van deze bogen en het punt P kan getrokken worden, zal de gezochte loodlijn zijn.

11. Uit het punt P , gelegen in de lijn ab , een lijn te trekken loodrecht op ab .

Neem $Pa = Pb$, beschrijf uit de punten a en b met ge-

lijke stralen cirkelbogen en vereenig P met het snijpunt p van deze bogen.

De uitdrukking: *een lijn te trekken loodrecht op een andere lijn*, wordt dikwijls vervangen door: *een loodlijn op te richten op die lijn*.

12. Een lijn te trekken uit een der uiteinden eener gegeven lijn ab , en die daarop loodrecht is.

a. Zij a het gegeven uiteinde. Beschrijf uit een naar willekeur genomen punt P met Pa als straal den cirkelboog cab ; trek door b en P een lijn, en vereenig het snijpunt c van deze lijn en den cirkelboog met a , dan is ac de gezochte loodlijn.

b. Zij b het gegeven uiteinde. Beschrijf uit a en b met gelijke stralen cirkelbogen; trek door hun snijpunt c en het punt a een lijn, en neem daarop $cd = ac$, dan is de lijn bd de gevraagde loodlijn.

13. Door een gegeven punt P een lijn te trekken, evenwijdig aan een gegeven lijn ab .

a. Beschrijf uit eenig punt c van de lijn ab met cP als straal de cirkelbogen Pb en af ; maak $af = Pb$; de lijn, door P en f getrokken, zal de gezochte evenwijdige lijn zijn.

b. Laat uit P een loodlijn Pc neêr op ab (10); richt uit eenig punt d , zoover mogelijk van c verwijderd, op ab een loodlijn dg op (11); maak $dg = cP$, dan is de lijn Pg de gezochte evenwijdige lijn.

Het beschrijven van hoeken.

14. Een hoek te construeeren gelijk aan een gegeven hoek abd .

Beschrijf uit b , met een naar willekeur genomen straal ba , den cirkelboog ad en uit het punt b' eener lijn $b'c'$ met gelijken straal den boog $a'd'$; maak $a'd' = ad$ en trek $b'a'$, dan is $\angle a'b'd' = \angle abd$.

15. Een hoek te construeeren, waarvan de beenen loodrecht zijn op die van den hoek abc , en die het punt P tot hoekpunt heeft.

Vergelijk 10. — De hoeken abc en dPf zijn aan elkander gelijk.

PL. II.

Het verdeelen van hoeken waarvan het hoekpunt binnen de grenzen der teekening ligt.

Een hoek abc middendoor te deelen.

1 en 2. a. Neem op de beenen van den gegeven hoek $ab = bc$, en beschrijf uit a en c met gelijke stralen cirkelboogjes; zij d hun snijpunt, dan is bd de lijn die den hoek abc middendoor deelt.

b. Beschrijf uit b als middelpunt twee cirkelbogen de en ac ; trek de lijnen ae en cd , die elkaâr snijden in f , dan is bf de gevraagde lijn.

c. Neem op een der beenen van den gegeven hoek een afstand ab naar willekeur, trek uit a een lijn af evenwijdig aan bc en maak $af = ab$, dan is bf de lijn, die den gegeven hoek middendoor deelt.

3. Een rechten hoek in drie gelijke deelen te verdeelen:

Beschrijf uit b , met een naar willekeur genomen afstand ba als straal, den cirkelboog ac en met denzelfden straal uit a en c de cirkelbogen be en bf , dan zijn de rechte lijnen be en bf de gezochte deellijnen.

Dit is het eenige geval waarin de rechtstreeksche verdeeling van een hoek in drie gelijke deelen mogelijk is.

4. Het veelvoud van een gegeven hoek abc te construeeren.

Beschrijf uit de punten b en b' , met gelijke doch overigens naar willekeur genomen stralen, de cirkelbogen ac en xc' ; maak de bogen $c'a'$, $a'd$, de , ex enz. ieder in het

bijzonder gelijk aan boog ac en vereenig b met x , dan is hoek $xb c'$ een veelvoud (hier het viervoud) van hoek abc .

**Het verdeelen van hoeken waarvan het hoekpunt
buiten de grenzen der teekening ligt.**

Een hoek middendoor te deelen.

5. a. Neem de punten e en h naar willekeur op de beenen ab en cd ; trek eg loodrecht op ab en hl loodrecht op cd ; neem $ef = hk$ en $eg = hl$, maar overigens naar willekeur. Trek door f en g de lijnen nf en mg evenwijdig aan ab , en door k en l de lijnen nk en lm , evenwijdig aan cd , dan is mn de lijn die den gegeven hoek middendoor deelt.

b. Trek de lijnen ac en bd naar willekeur, deel de hoeken gac en gbd , kca en kdb middendoor, bepaal de snijpunten e en f der deellijnen, dan is ef de lijn die den gegeven hoek middendoor deelt.

Men kan ook de hoeken bac en acd , enz. middendoor deelen; de constructie blijft overigens dezelfde.

c. Trek uit eenig punt van het been ab de lijn ef , evenwijdig aan cd , deel den hoek feb door de lijn ed' middendoor, dan zal de lijn gh , die loodrecht is op ed en deze lijn middendoor deelt, ook den gegeven hoek middendoor deelen.

**Het trekken van lijnen die op het hoekpunt van een
hoek uitloopen, als het hoekpunt buiten de grenzen
der teekening ligt.**

6. De lijn moet een punt P bevatten, dat binnen den hoek gelegen is.

a. Neem de punten a , b en c op de beenen van den hoek, maar overigens naar willekeur; trek de lijnen ac , aP en cP ; voorts $bd \parallel ac$, $bp \parallel aP$ en $dp \parallel cP$, dan zal de lijn Pp op het snijpunt van ab en cd uitloopen.

b. Trek door het punt P twee lijnen ab en cd , zoodanig dat zij de beenen van den hoek snijden; trek ad en cb en bepaal het snijpunt e dezer lijnen; trek uit e eene lijn efg

naar willekeur; vereenig c met f en g met b , dan zal de lijn, door P en het snijpunt p getrokken, behoorlijk verlengd, door het snijpunt van ag en df gaan.

c. Beschrijf uit P de cirkelbogen bd en ef ; de stralen zijn naar willekeur genomen. Trek de lijnen Pb en Pd , verder $eg \parallel ab$ en $fg \parallel cd$, dan zal de lijn, door P en g getrokken, op het onbekende hoekpunt uitloopen.

7. De lijn moet een punt P bevatten, dat buiten den hoek is gelegen.

De constructie komt geheel overeen met die onder 5 b.

8 en 9. De lijn moet evenwijdig zijn aan een gegeven lijn PQ .

8. Trek uit eenig punt c van het been by de lijnen cd en ce naar willekeur en, uit eenig ander punt f van by , $fg \parallel PQ$ en $fh \parallel ax$; verbind nu g met h en trek $de \parallel gh$, dan is de lijn ez , evenwijdig aan PQ getrokken, de gezochte lijn.

9. Beschrijf uit eenig punt b van het been by twee cirkelbogen, ce en dg ; de grootte van de stralen is aan geene andere voorwaarde gebonden, dan dat een der bogen het been az snijdt. Trek verder $ed \parallel az$ en $ef \parallel PQ$, bepaal het snijpunt g van de lijn ef en den cirkelboog dg ; trek de lijn bg en bepaal het snijpunt i van deze lijn en den cirkelboog c , dan zal de lijn hi , evenwijdig aan PQ getrokken, de begeerde lijn zijn.

Het verdeelen van lijnen in een bepaald aantal gelijke deelen.

Een lijn ab te verdeelen:

10. in 6 gelijke stukken.

Trek uit a een lijn ac naar willekeur, en uit b de lijn $bd \parallel ac$; zet op elk dezer lijnen, van a en van b beginnende, een naar willekeur genomen afstand $a1 = b5$ zesmaal uit; verbind 6 met b , 5 met 5 enz., dan zal de lijn ab door de snijpunten $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$ in het verlangde aantal gelijke deelen verdeeld worden.

11. in 7 gelijke stukken.

Trek de lijn ac naar willekeur en neem daarop, van a uit beginnende, *zeven* gelijke stukken van onbepaalde grootte. Vereenig de punten 7 en b en trek uit de punten $6, 5, \dots 1$, lijnen evenwijdig aan $7b$; de snijpunten $6', 5', \dots 1'$ van deze lijnen en de lijn ab wijzen de gezochte deelpunten van ab aan.

12. in 10 gelijke stukken. (Beginsel der trans-versaalschalen).

Trek ac loodrecht op ab , neem op ac *tien* gelijke stukken, vereenig de punten b en c en trek uit de punten $1, 2, \dots 9$, lijnen evenwijdig aan ab , totdat zij de lijn bc snijden, dan is de lijn, door het punt 9 getrokken, gelijk aan $\frac{9}{10} ab$, de lijn door het punt 8 getrokken gelijk aan $\frac{8}{10} ab$ enz.

13. in 9 gelijke deelen.

Zet op een lijn gh *negen* even groote afstanden uit; beschrijf uit elk der punten g en h met den afstand gh als straal een cirkelboog en vereenig het snijpunt i dezer bogen met de punten g en h . Neem $ia = ib = A$ en trek de lijn ab ; trekt men nu lijnen door i en de punten $1, 2, \dots 8$, dan zal de lijn ab door deze lijnen in 9 gelijke stukken verdeeld worden.

Had men nog meer lijnen, b. v. B en C , in hetzelfde aantal deelen te verdeelen, dan heeft men slechts $ic = id = B$, $ie = if = C$ enz. te nemen; de verdere bewerking blijft dezelfde als voor A .

14. in een aantal deelen gelegentusschen 2 en 10.

Trek de lijnen ma en mb loodrecht op elkander, neem op mb , van m beginnende, *elf* gelijke afstanden, zoodanig dat de afstand van m tot 11 kleiner is dan de lijn AB en trek uit de punten $1, 2$ enz. lijnen evenwijdig aan ma . Beschrijft men nu uit m met de lijn $ma = AB$ als straal een cirkelboog ad en vereenigt men m met het punt c gelegen op de *zesde* lijn, dan is de lijn AB in *zes* gelijke deelen verdeeld, enz.

Alle lijnen, welke langer zijn dan AB , kunnen met be-

hulp van dezelfde figuur, in een zeker aantal gelijke stukken, mits kleiner dan tien, verdeeld worden.

PL. III

Het verdeelen van lijnen in een bepaald aantal gelijke deelen. (vervolg)

Een lijn ab te verdeelen;

1. in 3 gelijke deelen.

a. Beschrijf uit a en b met ab als straal cirkelbogen en bepaal hunne snijpunten c en f ; trek ac en bc , deel ac en bc middendoor, vereenig de deelpunten d en e met het punt f , dan wordt ab door de punten 1 en 2 in drie gelijke deelen verdeeld.

b. Deel ab middendoor in x , beschrijf uit x met $xa = xb$ als straal den halven cirkel $adc b$ en met denzelfden afstand als straal uit a en b de cirkelbogen xc en xd ; beschrijf uit a en b met ab als straal cirkelboogjes en verbind hun snijpunt f met c en d , dan zijn 1 en 2 de gezochte deelpunten.

Het verdeelen van lijnen in deelen die tot elkander in een bepaalde verhouding staan.

Een lijn te verdeelen in deelen die tot elkander staan als:

2. de getallen 2, 3, 5 en 7.

Trek ac naar willekeur en zet daarop, van a te beginnen, zooveel gelijke afstanden uit als wordt aangewezen door de som der getallen 2, 3, 5 en 7, derhalve 17. Vereenig b met 17 en trek uit de punten 2, 5 ($2 + 3$) en 10 ($2 + 3 + 5$) lijnen, evenwijdig aan ($b, 17$); dan staan de stukken ($a, 2'$) ($2', 3'$), ($3', 5'$) en ($5', 7'$) tot elkander als de getallen 2, 3, 5 en 7.

3. de lijnen A, B, C, D .

Trek md' naar willekeur; neem $ma' = A$, $a'b' = B$,

$b'c' = C$ en $c'd' = D$; vereenig d met d' en trek uit a' , b' , c' de lijnen $a'a$, $b'b$, $c'c$ evenwijdig aan dd' , dan zijn ma , ab , bc , cd de gezochte stukken.

Het construeeren van lijnen die tot gegeven lijnen in een bepaalde verhouding staan.

De te construeeren lijn moet zijn:

4. de vierde evenredige tot de lijnen A , B en C .

Trek naar willekeur de lijnen xz en xy ; neem $xa = A$, $xc = C$ en $xb = B$; trek ab en uit c de lijn cd evenwijdig aan ab , dan is xd de gezochte vierde evenredige.

5. derde evenredige tot de lijnen A en B .

Trek de lijnen xy en xz naar willekeur; neem $xa = A$, $xb = xd = B$. Vereenig a met d en trek bc evenwijdig aan ad , dan is xc de gevraagde derde evenredige.

6. middenevenredig tusschen de lijnen A en B .

Neem op een onbepaalde lijn xy den afstand $ab = A$ en $bc = B$; beschrijf uit het punt d , dat de lijn ac middendoor deelt, met $da = dc$ als straal een halven cirkel aec ; richt in b op ac een loodlijn op, dan is be de gevraagde middenevenredige.

Men kan ook aldus te werk gaan: neem wederom $ab = A$ en $bc' = B$; beschrijf uit het punt d' , dat de lijn ab middendoor deelt, met $d'a = d'b$ als straal den halven cirkel $ae'b$; trek door c' de lijn $c'e'$ loodrecht op ab en vereenig b met e' , dan is be' de gezochte middenevenredige.

7. Een lijn A in de uiterste en middelste reden te verdeelen.

Trek uit a de lijn ac loodrecht op ab ; neem $ac = \frac{1}{2}ab$ en trek cb ; beschrijf uit c met ca als straal den cirkelboog ad en neem $be = bd$, dan zal het punt e de lijn ab in de uiterste en middelste reden verdeelen.

Het verdeelen der zijden van een driehoek, waarvan de hoekpunten buiten de grenzen der teekening vallen.

De zijden ab , bc en ac van een driehoek te verdeelen:

8. in 2 gelijke deelen.

Trek uit eenig punt g van de zijde ab de lijn gh evenwijdig aan bc en de lijn gi evenwijdig aan ac , vervolgens ih evenwijdig aan ab ; trek eindelijk door het midden k der lijn gi en het punt h de lijn kl , dan is l het midden van de zijde ac . Men heeft verder slechts $lm \parallel bc$ en $ln \parallel ab$ te trekken om de punten m en n te leeren kennen, die op het midden van de zijden ab en bc zijn gelegen.

9. in 3 gelijke deelen.

Construeer, evenals in fig. 8, de lijnen lm en ln ; trek de lijn nm en deel haar in o middendoor; trek voorts de lijn ol en door o de lijn op evenwijdig aan nl . Vereenigt men nu p met n en trekt men door het snijpunt Q van de lijnen kl en pn lijnen, evenwijdig aan de zijden ab , bc en ac , dan zijn de punten 1, 1', 2 enz. de gezochte deelpunten van de zijden des gegeven driehoeks.

10. in 4 gelijke deelen.

Bepaal de punten o en p , evenals in fig. 9; trek door deze punten lijnen evenwijdig aan de zijden van den driehoek, dan wijzen de punten 1, 2 enz. de gezochte deelpunten aan.

11. in een onbepaald aantal gelijke deelen.

Trek de lijnen pq en rs evenwijdig aan de zijde bc . Verdeel elk dezer lijnen in hetzelfde aantal gelijke stukken als waarin de zijden van den driehoek moeten verdeeld worden. Trek door de punten 1 en 1', 2 en 2' enz. lijnen, dan zullen de snijpunten 1'', 2'' enz. de deelpunten van de zijde bc aanwijzen; die van de zijden ab en ac worden gevonden door uit 1'', 2'' enz. lijnen te trekken, evenwijdig aan ac en ab .

DRIEHOEKEN EN VIERHOEKEN.

PL. IV.

Verklaring van eenige termen bij de meetkunde in gebruik.

1. *Scherphoekige* driehoek, 2. *Gelijkbeenige* driehoek, 3. *Gelijkzijdige* driehoek, 4. *Rechthoekige* driehoek, 5. *Stomphoekige* driehoek.

Elk der zijden van een driehoek kan den naam dragen van *basis* of *grondlijn*; de loodlijn, uit het tegenovergestelde hoekpunt op de basis neêrgelaten, noemt men alsdan de *hoogte* van den driehoek. Zoo is in fig. 1—5 ab de *basis* en cd , loodrecht op ab getrokken, de *hoogte*; of, gelijk in fig. 5, bc de *basis* en af de *hoogte*, of ca de *basis* en eb de *hoogte*.

De loodlijnen, neêrgelaten uit de hoekpunten op de tegenovergelegen zijden, hebben een gemeenschappelijk snijpunt g , zie fig. 1, 2, 3.

De lijnen, getrokken uit de hoekpunten naar het midden der tegenovergelegen zijden, hebben ook een gemeenschappelijk snijpunt, namelijk het punt g' , fig. 1; $g'f = \frac{1}{3}af$, $g'm = \frac{1}{3}mc$, $g'l = \frac{1}{3}bl$.

Het beschrijven van driehoeken.

Een driehoek te beschrijven wanneer gegeven is:

6. a. de lengte der zijden door A , B en C .

Maak $ab = C$, beschrijf uit a met A en uit b met B als straal cirkelbogen en vereenig hun snijpunt c met a en b .

b. de lengte van twee zijden door A en B en de ingesloten hoek door H .

Maak $\angle cab = \text{hoek } H$; neem $ab = A$, $ac = B$ en vereenig b met c , dan is abc de gezochte driehoek.

c. de lengte van een der zijden door A en de grootte der beide aanliggende hoeken door H en L .

Neem $ab = A$, maak $\angle cab = H$ en $\angle abc = L$, dan is abc de gevraagde driehoek.

d. de lengte van een der zijden door A , de grootte van een deraanliggende hoeken door H en die van den tegenovergelegen hoek door L .

Om dezen driehoek te construeeren, zoek men eerst den derden hoek; daartoe trekke men de lijn mp , neme $\angle mdn = H$, $\angle ndo = L$, dan is $\angle odp = N$ de gevraagde hoek. De overige bewerking komt met die van het voorgaande vraagstuk overeen.

e. de lengte van twee der zijden door A en B en de hoogte door h .

Neem $ab = A$; trek uit b de lijn bh' loodrecht op ab en neem $bh' = h$; trek $ch'd \parallel ab$; beschrijf uit b met B als straal een cirkelboog cd' ; vereenig elk der snijpunten c en d' met a en b , dan zullen de beide driehoeken abc en abd' aan de vraag beantwoorden.

Een gelijkzijdigen driehoek te beschrijven, wanneer gegeven is:

7. de hoogte door h .

Beschrijf een gelijkzijdigen driehoek abc ; laat uit c een loodlijn neder op ab ; neem $cd = h$; trek door d de lijn $a'b' \parallel ab$ en verleng de zijden ca en cb tot in a' en b' , dan is $a'cb'$ de gevraagde driehoek.

Een gelijkbeenigen driehoek te beschrijven, wanneer gegeven is:

8. de basis door A en de tophoek door H .

Neem $ab = A$; richt uit het midden dezer lijn de loodlijn dc op; deel nu den gegeven hoek H middendoor en trek uit eenig punt g van de lijn cd de lijnen ge en gf , zoodanig dat $\angle egd = \angle fgd = \frac{1}{2}H$ is. Indien dan $ac \parallel eg$ en $bc \parallel gf$ is, zal abc de gezochte driehoek zijn.

9. de lengte van de basis door A en de tophoek gelijk 90° .

Deel $bc = A$ middendoor en trek uit het deelpunt d de lijn de loodrecht op bc . Beschrijf uit d met $db = dc$ als straal een halven cirkel; vereenig het snijpunt a van

dezen cirkelboog en de loodlijn de met de punten b en c , dan is abc de gezochte driehoek.

Verklaring van eenige termen bij de meetkunde in gebruik.

10. *Vierkant, regelmatige vierhoek, quadrat.* 11. *Rechthoek.*
 12. *Ruit, scheefhoekig quadrat, rhombus.* 13. *Parallelogram.*
 14. *Trapezium.* 15. *Onregelmatige vierhoek, trapezoïde.*

In elke der figuren 10—15 zijn ab , ac , cd en db de zijden, ad en cb de diagonalen; en in elke der figuren 12—14 is de loodlijn ce , uit het hoekpunt c op de zijde ab neêrgelaten, de hoogte; in de figuren 10 en 11 wordt de hoogte aangewezen door de zijde ca .

Door middel der diagonalen kunnen symmetrische figuren worden geconstrueerd, die dikwijls van practisch nut zijn; zie den rechthoek fig. 11.

VIERHOEKEN.

PL. V.

Het beschrijven van vierhoeken.

Een vierkant te beschrijven, wanneer gegeven is:

1. a . de lengte van de zijden door A .

Neem $ab = A$; trek cd door het midden van ab loodrecht op ab , trek ad en bd , neem $de = df = ad$ en vereenig de punten a en f , f en e , e en b , dan is $abef$ het gevraagde vierkant.

b. Beschrijf uit a en b met ab als straal de cirkelbogen $bb'd$ en aa' ; maak boog $cd =$ boog bc en vereenig b met d ; zij e het snijpunt van deze lijn en den cirkelboog aa' ; neem boog $ca' = cb' = ce$ en vereenig de punten a , b , a' , b' twee aan twee, dan is $aba'b'$ het gezochte vierkant; of ook

c. beschrijf uit c en d met cd als straal cirkelbogen en vereenig hun snijpunt e met a . Is nu b' het snijpunt van deze vereenigingslijn met den cirkelboog bd en neemt men $ca' = cb'$, dan zijn a, b, a', b' de hoekpunten van het gevraagde vierkant.

d. de lengte van de diagonalen door D.

Beschrijf den rechten hoek abd en deel dezen hoek middendoor; neem $bc = A$ en trek $cd \parallel ab, ca \parallel bd$, dan is $abcd$ het gevraagde vierkant.

Een rechthoek te beschrijven wanneer gegeven is:

2. de lengte van de diagonalen door D en de hoek, gevormd door de diagonaal met een der zijden, door H.

Maak $\angle bad = H$ en neem $ad = D$; trek uit d de lijn $dc \parallel ab$ en db loodrecht op ab ; trek verder $ae \parallel bd$, dan is $abcd$ de gevraagde rechthoek.

3. de lengte van een der zijden door A en die der diagonalen door D.

Beschrijf op $ab = A$ en aan denzelfden kant van deze lijn twee rechthoekige driehoeken abd en abc , welke D tot schuine zijde hebben; vereenig de hoekpunten c en d , dan is $abcd$ de gevraagde rechthoek.

4. de lengte van de diagonalen door D en de hoek dien zij vormen door H.

Maak $\angle dob = H$ en verleng de beenen od en ob aan de andere zijde van het hoekpunt o . Neem $ob = od = oc = oa = \frac{1}{2} D$; trek de lijnen ac, cd, bd en ad , dan is $abcd$ de gevraagde rechthoek.

Een ruit te beschrijven wanneer gegeven is:

5. de lengte van de zijden door A en de hoogte door h .

Neem $ab = A$; trek uit a de lijn ac loodrecht op ab en neem $ac = h$; trek door c eene lijn co evenwijdig aan ab . Beschrijf uit a en b met ab als straal cirkelbogen, en trek uit hunne snijpunten e en d de lijnen ea en db , dan is $abcd$ de gevraagde ruit.

b. de lengte van de zijden door A en de lengte van een der diagonalen door D.

Beschrijf op $ad = D$ als basis twee gelijkbeenige driehoeken abd en adc , welke de lijn A tot schuine zijde hebben, dan is $abdc$ de gevraagde ruit.

c. de lengte van een der diagonalen door D en de hoek, gevormd door die diagonaal met de zijden, door H.

Beschrijf op $ab = D$ als basis twee gelijkbeenige driehoeken adb en acb , waarvan de hoeken aan de basis gelijk H zijn, dan is $adbc$ de gevraagde ruit.

Een trapezium te beschrijven wanneer gegeven is:

8. de lengte der evenwijdige zijden door A en C, die van een der schuine zijden door B en de hoogte door h .

a. Beschrijf een driehoek adb , die $ab = A$ en $ad = B$ tot zijden en h tot hoogte heeft (Pl. IV 6 e); trek $do \parallel ab$, neem $dc = C$ en vereenig b met c dan is $abcd$ een der trapezijs, welke aan de vraag beantwoorden.

Beschrijf ook het andere trapezium.

b. de lengte der evenwijdige zijden door A en C, die van een der schuine zijden door B en de hoek, gelegen tusschen de zijden A en B, door H.

Maak $\angle cab = H$; neem $ab = A$, $ac = B$; trek co evenwijdig aan ab ; neem $cd = C$ en verbind d met b , dan is $abcd$ het gezochte trapezium.

c. de lengte van de diagonalen door A en B, die der evenwijdige zijden door C en D.

Beschrijf een driehoek qbc , die $qc = A$, $bc = B$ en $qb = qa + qb = D + C$ tot zijden heeft; trek $co \parallel qb$, $am \parallel qc$ en vereenig het snijpunt d met b en het punt a met c , dan is $abcd$ het gevraagde trapezium.

Een vierhoek te beschrijven wanneer gegeven is:

7. a. de lengte van de vier zijden door A,

B, C en D, en de hoek, gevormd door de zijden A en B, door H.

Maak $\angle bac = H$; neem $ab = A$ en $ac = B$; beschrijf uit b met D en uit c met C als straal cirkelbogen; vereenig het snijpunt d dezer cirkelbogen met b en c , dan is $abdc$ de gevraagde vierhoek.

b. een der hoeken door H; de lengte van de zijden, die den hoek H insluiten, door A en C; de lengte van de diagonaal, die op het hoekpunt van H uitloopt, door D en de lengte van nog een der zijden door B.

Maak $\angle abd = H$; neem $ab = A$ en $bd = C$; beschrijf op ab den driehoek abc , die $ac = B$ en $bc = D$ tot opstaande zijden heeft; vereenig c met d , dan is daarmede de gevraagde vierhoek $abdc$ voltooid.

c. de lengte van drie der zijden door A, B en C en die der diagonalen door D en D'.

Beschrijf op $ab = A$ de driehoeken acb en adb zoodanig dat $ac = B$, $bc = D'$, $ad = A$ en $bd = C$ zij; trek de lijnen ac en cd , dan is $abdc$ de gevraagde vierhoek.

RAAKLIJNEN AAN EN REGELMATIGE VEELHOEKEN IN EN OM DEN CIRKEL.

PL. VI.

Het trekken van raaklijnen aan een Cirkel.

Een raaklijn te trekken aan een cirkel:

1. in een punt a van den cirkelomtrek.

Trek mab en richt op deze lijn in a de loodlijn cd op, dan zal deze den cirkel in a raken.

2. evenwijdig aan een lijn ab .

Laat uit m een loodlijn neêr op ab en trek door het snijpunt e van deze lijn met den cirkel $cd \parallel ab$.

3. uit een punt a buiten den cirkel.

Vereenig a met m en deel am in b middendoor; beschrijf uit b als middelpunt met bm als straal den cirkelboog cmd ; vereenig de snijpunten c en d van dien cirkelboog en den cirkel met het punt a , dan zijn ac en ad raaklijnen aan den gegeven cirkel.

4. Een lijn te trekken welketwee gegeven cirkels ma en nb in- of uitwendig raakt.

Trek de lijn mn en deel deze lijn in e middendoor; neem $ac = ad = nb$; beschrijf uit m met mc en md als stralen en uit e met $em = en$ als straal cirkels: trek uit m naar elk der snijpunten f, g, h, k van deze cirkels een lijn en bepaal de snijpunten l, o, r, t van deze lijnen met den omtrek van den cirkel ma . Trek uit n de lijn $np \parallel ml$, $nq \parallel mo$, $nu \parallel mt$, $ns \parallel mr$ en vereenig eindelijk de punten p en l , q en o , t en u , r en s , dan zijn deze lijnen de gezochte raaklijnen.

Het beschrijven van raakcirkels aan lijnen.

Een cirkel te beschrijven welke twee gegeven lijnen raakt en een gegeven punt bevat.

5. Het gegeven punt is het raakpunt van den cirkel met een der lijnen.

Construeer de lijn cd , welke den hoek met ontoegankelijk hoekpunt, door de lijnen ab en fg gevormd, middendoor deelt. Trek uit b de lijn be loodrecht op ab , dan is het snijpunt m van de lijnen be en cd het middelpunt en mb de straal van den gezochten cirkel.

6. Het gegeven punt ligt in de lijn die den hoek, door de lijnen bc en de gevormd, middendoor deelt.

Constueer de lijn $m'a$, die den hoek, door de lijnen bc en de gevormd, middendoor deelt en neem in deze lijn het punt a naar willekeur. Trek door a de lijn ce loodrecht op $m'a$; deel een der hoeken c of e middendoor; beschrijf uit

het snijpunt m als middelpunt met $ma = mh = mi$ als straal een cirkel, dan zal deze aan de vraag beantwoorden.

7. Een cirkel te beschrijven in een driehoek.

Deel de hoeken B en C van den gegeven driehoek ABC middendoor; laat uit het snijpunt m dezer deellijnen de loodlijn mb op BC neder en beschrijf uit m als middelpunt met mb als straal een cirkel, dan zal deze de gevraagde zijn.

Het beschrijven van regelmatige veelhoeken in een Cirkel.

In een cirkel een regelmatigen veelhoek te beschrijven.

8. van 3 of van 6 hoeken.

Trek de middellijn cd ; beschrijf uit elk der uiteinden c en d dezer middellijn, met $dm = cm$ als straal, een cirkelboog. Zijn nu a, b, e, f , de snijpunten dezer cirkelbogen met den omtrek van den gegeven cirkel, en vereenigt men de punten c, e en f twee aan twee, dan verkrijgt men den ingeschreven regelmatigen *driehoek* terwijl door de vereeniging van de opeenvolgende punten de ingeschreven regelmatige *zeshoek* geboren wordt.

9. van 4 of van 8 zijden.

Trek de middellijnen ab en cd loodrecht op elkander en vereenig de uiteinden dezer middellijnen, dan verkrijgt men den ingeschreven regelmatigen *vierhoek*. Deel de hoeken amc en bmc middendoor, dan zijn de snijpunten e, g, f, h dezer lijnen met den cirkelomtrek benevens de punten a, b, c, d , de hoekpunten van den ingeschreven regelmatigen *achthoek*.

10. van 5 of van 10 zijden.

a. Trek de middellijnen ab en cd loodrecht op elkander en deel den straal mb middendoor; beschrijf uit het deelpunt e , met ec als straal, den cirkelboog cf , dan is de koorde cf de zijde van den ingeschreven regelmatigen *vijfhoek*.

b. Trek de middellijnen ab en cd loodrecht op elkander en verdeel den straal am in de uiterste en middelste reden; is

nu g het punt, dat am in bedoelde reden verdeelt, dan is $gc = ce$ de zijde van den ingeschreven regelmatigigen *vijfhoek*, terwijl gm de zijde van den ingeschreven regelmatigigen *tienhoek* voorstelt.

11. van 7, 9, 13 enz. zijden.

Wanneer de zijde van een ingeschreven regelmatigigen veelhoek niet met volkomen nauwkeurigheid kan bepaald worden, zooals het geval is bij den regelmatigigen *sevenhoek*, *negenhoek*, *dertienhoek* enz., kan men met vrucht de volgende constructie aanwenden. Zij b. v. gevraagd een regelmatigigen *sevenhoek* te beschrijven.

Trek de middellijn ab , verdeel deze in *seven* gelijke deelen; beschrijf uit a en b met ab als straal cirkelbogen; trek door hun snijpunt c en het deelpunt 2 een lijn, en bepaal het snijpunt d van deze lijn met den cirkelomtrek, dan is ad nagenoeg gelijk aan de zijde van den ingeschreven regelmatigigen *sevenhoek*.

Een regelmatigigen vijfhoek te beschrijven om een cirkel.

12. a. Beschrijf een regelmatigigen vijfhoek in den gegeven cirkel en trek raaklijnen evenwijdig aan zijne zijden, dan verkrijgt men den gevraagden omgeschreven regelmatigigen *vijfhoek*.

Bij veelhoeken van een oneven aantal zijden zal de lijn door het middelpunt m en een der hoekpunten b. v. g getrokken, de tegenovergelegen zijde de van den veelhoek middendoor deelen.

b. Trek door elk der hoekpunten d , e enz. van den ingeschreven regelmatigigen vijfhoek een raaklijn aan den cirkel, dan zijn deze raaklijnen de zijden van den omgeschreven regelmatigigen *vijfhoek*.

MEANDERS.

PL. VII.

Lijstwerk in Griekschen stijl.

Een Meander kan gevormd worden :

1°. door een rechthoekig omgaande lijn, Fig. 1 en 2;

2°. door een of meer rechthoekig omgaande banden, Fig. 5, 6 en 7, die, of elkander snijden, Fig. 5 en 6, of door elkander zijn gevlochten Fig. 7; deze banden hebben een zekere hoogte (relief.)

Bij de potloodteekening trekke men voor elke figuur over hare geheele lengte en op onderling gelijke afstanden zooveel horizontale lijnen, als door de cijfers ter rechterzijde wordt aangewezen; de loodlijnen behoeven slechts van de derde lijn van boven tot de derde lijn van onder getrokken te worden.

Bij het *in inkt zetten* lette men vooral op dat, zooals bij Fig. 7, de banden op eenige punten onder elkander doorloopen. Daar de banden een zekere hoogte hebben, zullen sommige deelen daarvan geen licht ontvangen; deze worden door zware sprekende lijnen aangeduid. Hierbij wordt algemeen aangenomen, dat het licht van boven en van de linkerzijde onder een hoek van 45° invalt, zoodat diensvolgens de benedien zijde der horizontale, en de rechter zijde der verticale deelen van de banden met een zware lijn moeten aangegeven worden.

RECHTHOEKIGE LISSEN.

PL. VIII.

Grieksche stijl.

1. Verdeel elk der zijden ab en ac van het vierkant

$abcd$ in zeven gelijke deelen; trek uit 1, 2, 3 enz. lijnen evenwijdig aan ac en uit 1', 2', 3' enz. lijnen evenwijdig aan ab benevens de diagonalen $2e$, $5f$, $2'g$ enz. Deel $3e$ in vier gelijke deelen en neem één van die deelen voor de breedte van het opgelegde bandje: zorg dat de binnenlijnen, zooals die welke over i , k , l en m zijn getrokken, elkaâr nauwkeurig in de diagonalen $2e$, $5f$ enz. ontmoeten.

2 Beschrijf het vierkant $abcd$; trek de diagonalen ac en bd ; verdeel elk der zijden bc en cd in elf gelijke deelen; trek uit 1, 2, 3, 4 enz. lijnen evenwijdig aan ab en uit 1', 2', 3' enz. lijnen evenwijdig aan ad of bc . Bepaal de breedte van het opgelegde bandje zooals bij de beschrijving van Fig. 1 is opgegeven.

Met het oog op hetgeen vroeger is gezegd, ten aanzien van de richting der invallende lichtstralen, zoude geen der lijnen, welke evenwijdig is aan de lichtstralen, door een zware lijn moeten worden aangewezen. Soms echter worden sommige dezer lijnen, om de teekening eenigszins te laten spreken, door zware lijnen aangeduid, waarbij men echter heeft zorg te dragen dat deze zware lijnen, hetzij alle aan de rechter-, hetzij alle aan de linkerzijde der banden, vallen.

De Figuren 3—7 worden op dezelfde wijze bewerkt als Fig. 1; de bewerking van Fig. 8 komt met die van Fig. 2 overeen.

STRIKKEN OF LISSSEN.

PL. IX.

Toepassing van regelmatige veelhoeken.

1. Rechthoekigestrik.

Beschrijf een vierkant $ABCD$; verdeel elk der zijden AD en DC in zes gelijke deelen; trek uit de deelpunten van AD lijnen evenwijdig aan DC en omgekeerd, dan verkrijgt men 36 kleine vierkanten, waarvan de hoekpunten

terstond de punten c, d enz. g, h enz., $c' d'$ enz. doen kennen.

De breedte van het opgelegde bandje is gelijk aan $\frac{1}{8} A a$.

2. Driehoekige strik.

Beschrijf in een cirkel den gelijkzijdigen driehoek $A B C$. Trek door m lijnen evenwijdig aan de zijden van dezen driehoek en een lijn naar elk der punten A, B en C ; neem $ml = mk = mn = \frac{1}{8} m A$, en trek $okp \parallel AB$, $qlr \parallel AC$ en $snt \parallel BC$; bepaal de snijpunten o, q, s, p, r, t van deze lijnen met den omtrek van den cirkel; verbind q met o , h met f enz.; vereenig q met s , p met r enz., dan verkrijgt men de punten h, d , enz. Neem de breedte van het opgelegde bandje $= \frac{1}{8} m e$.

3 en 4. Door elkander gevlochten lissen.

In deze figuren zijn a, e, b enz. de hoekpunten van een regelmatige zeshoek, en derhalve abc en def gelijkzijdige driehoeken; m is het snijpunt der diagonalen van den zeshoek.

De afwerking van Figuur 4 kan op drie wijzen plaats hebben, gelijk uit de teekening voldoende blijkt.

STRIKKEN.

PL. X.

Toepassing van regelmatige veelhoeken.

1. Vijfhoekige strik.

Beschrijf een cirkel en verdeel den omtrek in tien gelijke deelen, daarbij zorgende dat de middellijn $lm6$ een verticalen stand verkrijgt. Vereenig het punt m met elk der deelpunten; neem $02 = \frac{1}{3} m2$ en trek door 0 de lijn $a' a o b b'$ evenwijdig aan de lijn $(1, 3)$ enz.; neem $mc = md = me = ma = mb$. De verdere bewerking kan uit de figuur gemakkelijk worden afgeleid.

2. Zeshoekige strik.

Beschrijf met een naar willekeur genomen afstand mp en met $m2 = 2mp$ als stralen cirkels. Verdeel den omtrek van den grootsten cirkel in twaalf gelijke deelen. Trek door p

de lijn bpf evenwijdig aan de lijn (11, 3) en de lijn apc evenwijdig aan de lijn (1, 5) enz.; neem $1a' = 1a'' = 1a$, $3b' = 3b'' = 3b$ enz. dan kan de verdere voltooiing der figuur geen bezwaar meer opleveren.

3. Beschrijf een cirkel en verdeel den omtrek van dezen in vijf gelijke deelen. Trek de stervormige figuur $acebda$. Neem $ao = oc$; trek uit o de lijn $op \parallel be$, uit p de lijn $pq \parallel ec$ enz.

Elke band wordt door vier evenwijdige lijnen over zijne breedte in vijf gelijke deelen verdeeld.

4. Beschrijf een cirkel en verdeel den omtrek van dezen in twaalf gelijke deelen; teeken de gelijkzijdige driehoeken aei , bfk enz. dan leert men de punten p, r enz. kennen; trek uit p de lijn $pq \parallel bf$, uit r de lijn $rs \parallel hd$ enz.

De stervormige band $apcr \dots$ draagt over het midden een zwarten band, waarvan de breedte gelijk is aan $\frac{1}{3}$ der breedte van den hoofdband, terwijl de stervormige band $bqdf \dots$ door vier evenwijdige lijnen over zijne breedte in vijf gelijke deelen wordt verdeeld.

PARKET EN RANDEN.

PL. XI.

Arabische Stijl.

1. Parket.

Beschrijf het vierkant $abcd$; verdeel elke zijde in vier en twintig gelijke deelen en vereenig de punten 1 en 1', 3 en 3', 5 en 5' enz; door deze lijnen worden de schuinlopende banden bepaald. Trek de lijnen ad en $22'$; zij m het snijpunt dezer lijnen; neem $ml = mk = m1'$; de punten k en l bepalen de breedte der horizontale en verticale banden; neem $3'b' = 3'c' = 5'd' = 5'e'$ enz. $= 1'a'$, dan heeft men de noodige aanwijzingen om de figuur verder af te werken.

Men kan zich hierbij voorstellen, of dat de banden in het midden hooger zijn dan aan de kanten, gelijk door het beschaduwde deel van de banden aan de rechterzijde der figuur

is aangeduid, of ook dat over het midden een zwarte band loopt.

De grond G kan met een lichte tint van $O. I.$ inkt worden gedekt.

2 en 3. Rand en.

Van elk dezer figuren is slechts de halve breedte geteekend, die tot mn gaat, de andere helft moet door den leerling worden aangevuld; de bewerking komt in hoofdzaak met die van Fig. 1 overeen. De wijze, waarop de banden door elkander zijn gestrengeld, zal niet nader beschreven worden, aangezien de teekening zulks duidelijk genoeg aangeeft.

TRALIEWERKEN.

PL. XII.

1. Deze figuur stelt den aanleg van fig. 2 voor en bestaat uit een vierkant, $bd fh$ waarin een tweede vierkant $ace g$ is beschreven,

2. Deelt men elk der afstanden de , dc enz. in drie gelijke deelen, dan verkrijgt men gemakkelijk de kleine vierkanten A , terwijl de wording der vierkanten B genoegzaam blijkt. De zijden der vierkanten A en B vormen de scherpe bovenkanten der staafjes rt , tu , enz.; de *versteklijntjes* rs deelen de hoeken der vierkanten A en B middendoor.

3. Beschrijf uit het snijpunt o der diagonalen van het vierkant $ABCD$ met een afstand $oa = \frac{1}{2} oB$ als straal een cirkel; trekt men verder door o de lijn $ge \parallel BC$ en $hf \parallel AB$; vereenigt men de punten a , b , c , d en evenzoo de punten e , f , g , h twee aan twee, dan verkrijgt men de hoofdlijnen van het door fig. 3 voorgestelde traliewerk.

4 en 9. Beschrijf een gelijkzijdigen driehoek abc ; verdeel de zijden ab en bc in een even groot aantal gelijke deelen en trek door de deelpunten van de eene zijde lijnen, evenwijdig aan de beide andere zijden.

De verdere bewerking wordt door elk der figuren duidelijk genoeg aangegeven.

5. Neem $ab = ab'$ naar willekeur; beschrijf het vierkant $ab a' b'$; trek de diagonalen aa' en bb' ; neem $bf = b'f' = bo$, $be = b'e' = bb'$ en $ag = ab'$. Neem $ah = bk = fl = em = hn = a'h' = b'k' = f'l = e'm' = \text{enz.} = eg$; vereenig de punten e en e' , h en h' enz. en trek uit de punten b, e, h, k , enz. b', e', h', k' , enz. lijnen evenwijdig aan aa' ; trekt men nu nog uit de punten b, f, e enz. lijnen evenwijdig aan aq en uit de punten $b' f' e'$ enz. lijnen evenwijdig aan ar , dan heeft men de noodige gegevens om de figuur verder af te werken.

6. Beschrijf een net van vierkanten $aDcd$; trek de diagonalen en door de snijpunten van deze diagonalen lijnen evenwijdig aan CD en CE ; daardoor zal men een net van kleinere vierkanten bekomen. Neem $ae = am$, $cf = cm$ en herhaal deze bewerking aan elk der hoekpunten van den rechthoek $CDFE$; trek de lijnen ff' en ee' , dan verkrijgt men de punten g , zoowel onder als boven, en de punten h , zoowel links als rechts. Trek de lijnen gk , hk en hl ; deze doen de punten p en q kennen; trek door de punten p, p en evenzoo door de punten q, q lijnen, dan verkrijgt men de kleine vierkantjes A ; trek eindelijk voor zoo ver noodig de diagonalen der vierkanten $p n$.

Men beginne nu met de vierkantjes A en de regelmatige achthoekjes B in teekening te brengen; de overige bewerking volgt dan als het ware van zelf. Om de verticale zijden der achthoekjes B te bepalen, trekke men door de punten r verticale lijnen.

7. De punten a, f, b, g, c, h, d, e , zijn de hoekpunten van een regelmatigen achthoek. Ten aanzien van de dikte der staafjes en den loop der versteklijntjes raadplege men de beschrijving van fig. 2 en 3. De verdere bewerking zal wel geen nadere toelichting vereischen.

8. De punten a, f, b, g, c, h, d, e zijn wederom de hoekpunten van een regelmatigen achthoek. De breedte der door elkander gevlochten banden is gelijk aan de hoogte bo van het driehoekje $m b n$. Het afwerken van de figuur wordt verder aan den leerling overgelaten.

LABYRINTH.

PL. XIII.

Bij de vervaardiging van deze teekening raadplege men hetgeen bij Pl. VII gezegd is. De schaduw, waarvan de breedte gelijk moet zijn aan de hoogte die men aan de banden toekent, wordt op deze plaat met het penseel aangebracht. De grond kan, of met een tint van O. I. inkt, of met een licht groene, of met een paarsche tint worden gedekt.

STERREN.

PL. XIV.

1. Driehoekige ster.

Verdeel den omtrek van een cirkel in *zes* gelijke deelen en neem $mf = mg = me = \frac{1}{3} md$; daardoor verkrijgt men de punten a, b, c en e, f, g , met behulp waarvan de figuur gemakkelijk kan voltooid worden.

2. Vijfhoekige Ster.

Verdeel den omtrek van een cirkel in *vijf* gelijke deelen (Zie pl. VI fig. 10). Trek door de deelpunten de gebroken lijn $abedca$ en vereenig de snijpunten f, g, h, i, k met m .

3. Zeshoekige Ster.

Verdeel den omtrek van een cirkel in *twaalf* gelijke deelen; beschrijf uit m met $me = \frac{2}{3} m2$ als straal een cirkel; bepaal de snijpunten e, k, h , enz. van de lijnen $m2, m4$, enz. met dezen cirkel, dan heeft men voldoende gegevens om de figuur verder af te werken.

4. Achthoekige Ster.

Verdeel den omtrek van een cirkel in *acht* gelijke deelen; vereenig de deelpunten, telkens *twee* overslaande, met elkander en tevens elk in het bijzonder met het middelpunt m .

5. Zestienhoekige Ster.

Verdeel den omtrek van een cirkel in *zestien* gelijke deelen; vereenig de deelpunten, daarbij telkens *zes* overslaande,

met elkander en elk in het bijzonder met het middelpunt m .

De verdere voltooiing dezer figuur, gelijk door fig. 6 wordt aangewezen, blijft aan den leerling overgelaten.

Bij fig. 3, 4 en 6 zijn die deelen, welke in de schaduw liggen, door een tint aangegeven, welke zwak moet worden aangelegd; door de schaduw langs de bovenkanten eenigszins krachtiger te maken en te laten uitvloeien wordt het effect verhoogd.

Men drage zorg dat de beide penseelen, die men hierbij gebruikt, het eene voor O. I. inkt, het andere voor zuiver water nooit overladen zijn en niet met elkander verwisseld worden.

SYMMETRISCHE FIGUREN. (1).

PL. XV.

Neem een zekere lijn l als eenheid van maat aan en beschrijf met een afstand $OA = 16l$ als straal een cirkel. Beschrijf in dien cirkel den regelmatigen zeshoek $AA'A \dots$; de punten M, M' wijzen het midden der zijden van den zeshoek aan. Neem $Aa = ab = bc = A'a' = a'b' = b'c' = \text{enz.} = Md = de = M'd' = d'e' = 2l$. Vereenig de gelijknamige punten zooals A en A , a en a enz. van de lijnen OA , alsmede A' en A' , a' en a' van de lijnen OA' ; deze lijnen moeten in haar geheel getrokken worden. Vereenig de gelijknamige punten van de lijnen OM en die der lijnen OM' ; de punten p', q' zijn de snijpunten van de lijnen MM en ee met de lijnen OM' , en de punten p, q die der lijnen $M'M$ en $e'e'$ met de lijnen OM . Vereenigt men nu de punten p en evenzoo de punten q twee aan twee op behoorlijke wijze, dan verkrijgt men de stervormige figuur $p'p p' \dots$. Neemt men voorts $ln = nk = lo = om = l$ en vereenigt men onder deze punten die van gelijken naam, dan zal de verdere bewerking van de figuur geen bezwaar meer opleveren.

SYMMETRISCHE FIGUREN. (2).

PL. XVI.

1. Beschrijf een regelmatigen zeshoek $A B C D E F$ en in dezen de gelijkzijdige driehoeken $B D F$ en $A C E$. Trek door de punten g en g , k en k , l en l lijnen; a, b, c enz., zijn de snijpunten van deze lijnen met de zijden van den zeshoek. Trek de lijnen $a b, a f, f e$, enz.; daardoor verkrijgt men de punten n, n en, door deze te vereenigen, de punten a', b' , enz.

2. Trekt men de lijnen $n n$ (zie fig. 1) dóór, dan wordt de zeshoek $a b c d e f$ in gelijk en gelijkvormige ruitjes verdeeld.

3 en 4. Deze figuren zijn uit fig. 2 afgeleid. De letters, welke bij de overeenkomstige punten zijn geplaatst, maken elke verdere toelichting onnoodig.

De zijvlakken der blokjes, welke in de schaduw liggen, moeten door een donkerder tint worden aangegeven.

Fig. 5. Beschrijf den regelmatigen zeshoek $A B C D E F$ en in dezen de gelijkzijdige driehoeken $B D F$ en $A C E$; trek door de punten g, k, l lijnen evenwijdig aan de zijden van den zeshoek. Vereenigt men nu de punten z, z twee aan twee, dan verkrijgt men, zoowel den zeshoek $a b c d e f$, als den zeshoek $a' b' c' d' e' f'$.

6. 7. 8. De bewerking dezer figuren wordt geheel aan den leerling overgelaten.

Nederlandsch Schoolmuseum
Prinsengracht 151 bij de Prinsenstraat

AMSTERDAM
HANDLEIDING

BIJ DE

VOORBEELDEN

TOT OEFENING IN HET

RECHTLIJNIG TEEKENEN

TEN GEBRUIKE BIJ HET ONDERWIJS

AAN HOOGERE BURGERSCHOLEN

EN

BIJ ZELFONDERRICHT.

DOOR

T. HOOIBERG,

Leeraar in het rechtlijnig teekenen aan de Hoogere Burgerschool te Leiden.

TWEDE CURSUS.

Tweede verbeterde uitgave.

LEIDEN

T. HOOIBERG EN ZOON,

1 8 7 3.

VOORWOORD.

Van den eersten Cursus voor het rechtlijnig teekenen gaf ik ten vorigen jare eene tweede, verbeterde uitgave. Nu heeft de tweede Cursus zijn beurt. Hij is nog al omgewerkt; wat minder doelmatig scheen is weggelaten en vervangen door voorbeelden waardoor de gelijdelijke overgang meer bevorderd wordt.

Ik heb dezen Cursus met een voorbeeld van de meest gebruikelijke lettervormen aangevangen; daar later toe overtegaan zou moeilijk zijn. Vele leerlingen beseffen het nut niet dat in een goede letter op teekeningen gelegen is; zij kunnen nu na het copieeren van het eerste voorbeeld, het daarbij aangeleerde op hunne volgende teekeningen in praktijk brengen.

De Architectonische orden zijn zorgvuldig nagezien en de ontbrekende, toch noodige maten ingevuld. Daarbij is eene nieuwe plaat (XII) toegevoegd, waardoor de leerlingen eenig begrip van de waarde en beteekenis der verschillende lijsten kunnen bekomen.

De handleiding, die elke leerling bij de vervaardiging zijner teekening kan raadplegen, is geheel nieuw bewerkt.

Stond de Heer Dr. C. BRUTEL DE LA RIVIÈRE mij bereidwillig ter zijde bij de omwerking van den eersten Cursus; ook thans bij de omwerking van den tweeden blijf ik Hem veel verplicht.

Moge voor deze nieuwe uitgave een even gunstig onthaal als aan de eerste te beurt viel, bestemd zijn.

December 1873.

T. HOOIBERG.

PL. I.

LETTERSOORTEN.

De soorten van letters, die het meest op teekeningen gebruikt worden, zijn de volgende:

1. Romeinsch.

a. kapitale-, *b.* onderkast letters.

2. Cursief.

a. kapitale-, *b.* onderkast letters.

3. Schrijffletter.

a. kapitale-, *b.* gewone letters.

4. Batard (Engelsch rond).

a. kapitale-, *b.* gewone letters.

1. Romeinsch.

a. Kapitale letters. Deelt men de hoogte der letter in 11 gelijke deelen, dan zal de breedte in het algemeen van 7 tot 9 deelen zijn. De letters J, M en W maken hierop een uitzondering.

De letters B, D en O zijn symmetrisch met betrekking tot de gestippelde lijn a b.

De S vereischt bijzondere opmerkzaamheid. Zij moet van onder één deel breeder zijn dan van boven; daardoor krijgt zij voor het oog een vasteren stand.

Bij de Z is voor hetzelfde doel een half deel van onder toereikend.

De *Q* wordt uit de *O* gevormd door toevoeging van een aanhangsel of aanvoegsel. Beide vormen kunnen gebruikt worden, mits men zich gelijk blijve.

b. O n d e r k a s t l e t t e r s.

De letters *b, c, d, e, p* en *q* worden uit den grondvorm *o* afgeleid. Bij de *g* moet opgemerkt worden, dat het boven-deel uit een *o* bestaat, die 4 deelen breed en $4\frac{1}{2}$ deel hoog is; de afstand van den onderkant der *o* tot aan den onderkant van den staart bedraagt 5 deelen.

De *s* is van onder één deel breeder dan van boven.

2. Cursief.

a. K a p i t a l e l e t t e r s. De constructielijnen loopen evenwijdig aan de lijn *mn*, welke een hoek van 66° vormt met de grondlijn *np*.

b. O n d e r k a s t l e t t e r s. De opmerkingen onder 1. *b* maakt gelden ook hier. De *g* maakt echter een uitzondering, daar deze letter onmiddellijk uit de *o* wordt afgeleid.

3. Schrijffletter.

a. K a p i t a l e l e t t e r s. Men vermijde alle onnoodige krullen, daar zij evenmin de duidelijkheid als den welstand bevorderen.

b. G e w o n e l e t t e r s.

De letters *a, b, c, d, g, p* en *q* zijn uit de *o* afgeleid, zoodat dus deze laatste geheel of gedeeltelijk in genoemde letters moet teruggevonden worden.

De hoek *mnp* is bij het gewone schrift gelijk aan 53° .

4. Batard (Engelsch Rond.)

a. K a p i t a l e l e t t e r s. Hieromtrent valt niets bijzonders te zeggen.

b. G e w o n e l e t t e r s. Bij deze zorg men dat alle recht-

lijnige gedeelten even dik zijn; aan de bochten brenge men de dikte boven *rechts* en onder *links* aan.

PI. II.

GRAADBOOG, SCHAAL en NONIUS.

Graadboog.

1. Trek de lijn ab ; neem ck alsmede $km = mo = ob$ naar willekeur; neem voorts $bq = \frac{1}{3} ob$ en beschrijf uit c als middelpunt de halve cirkels idk , lem , nfo , pgq en ahb . Trek de lijn ch loodrecht op ab en verdeel den rechten hoek hcb door de lijn cs in twee, en door de lijnen cr en ct in drie gelijke deelen, dan zal, daar boog $ks =$ boog $sb = 45^\circ$ en boog $hr =$ boog $rt =$ boog $tb = 30^\circ$ is, boog $rs =$ boog $st = 15^\circ$ zijn. Maak boog $ru =$ boog $tv =$ boog st en verdeel op overeenkomstige wijze boog ah in zes gelijke deelen, elk van 15° .

Verdeel boog ob al zoekende in drie gelijke deelen vw , wx en xb en eindelijk boog xb mede tastenderwijze in vijf gelijke deelen $b.1$, 1.2 , enz., dan zal elk dezer laatste deelen gelijk aan 1° zijn.

Beschrijf nu op een los reepje papier (Fig. 1. b) met cb als straal een cirkelboog mn , en breng daarop de gemaakte verdeeling $b, 1, 2, 3, 4, x, w, v, t$ over. Neem boog $6.1' =$ boog $7.2' =$ enz. $=$ boog $b'x$: verder boog $11.1' =$ boog $12.2' =$ enz. $=$ boog $w'b'$ en verdeel op deze manier den boog $b't'$ in deelen van één graad. Wanneer men dan dit reepje papier met een scherp mes volgens de lijn mn afsnijdt en daarna langs den boog ahb verschuift, dan zal men zeer gemakkelijk de verdeeling van den graadboog in 180 graden kunnen voltooien.

Transversaalschaal van 2 decimeter.

2. Neem op de lijn ab 21 deelen elk gelijk aan 1 centimeter, en maak de lijn ca , welke loodrecht op ab is getrokken, gelijk aan 2 centimeter. Verdeel ca in 10 gelijke deelen; trek uit de punten 0, 1, 2 enz. lijnen loodrecht op en uit de deelpunten van ca lijnen evenwijdig aan ab . Verdeel vervolgens $a.0$ en $c.0'$ ieder in 10 gelijke deelen; trek de lijn 0.1 en uit de punten 2,3 enz. lijnen evenwijdig aan 0.1.

Met behulp van deze schaal kan een lengte afgemeten worden, welke tot in tiende deelen van een millimeter nauwkeurig is. Zoo wordt bijvoorbeeld 0,1135 meter door den afstand rs en 0,0772 meter door den afstand tu voorgesteld.

Heeft men de lengte eener gegeven lijn te meten bv. den afstand rs , dan plaatse men de eene punt van den passer aan den voet van een der loodlijnen 1, 2, 3 enz. zoodanig dat de andere punt tusschen a en 0 valt. Men bewege nu de beide passerpunten evenwijdig aan ab naar boven, totdat de linksche op een der transversale lijnen 1, 2, enz. komt te rusten; in het onderhavige geval zal zulks in het punt s plaats hebben.

Koordeschaal.

3. Maak AB gelijk aan de koorde van den boog hb (Fig. 1. a) [de koorde van een boog van 90°] en beschrijf daarop den rechtehoek $ABCD$; de zijde AC is naar willekeur genomen.

Verdeel elk der opstaande zijden in 5 gelijke deelen en trek de lijnen aa' , bb' , enz. Neem op de lijn CD het deel $D.10 =$ koorde van boog $b w$ (Fig. 1. a), $D.20 =$ koorde van boog $b z$, $D.30 =$ koorde van boog $b t$ enz. en op de lijn AB de deelen $B.5 =$ koorde van boog $b x$, $B.15 =$ koorde van boog $b v$, $B.25 =$ koorde van boog $b y$, enz. Trek de transversale lijnen $D.5$, 5.10 , 10.15 , enz. Gemeten van de lijn DB is nu de de koorde

van een boog van één graad, $B. 5$ de koorde van een boog van vijf graden, $b f$ de koorde van een boog van 83° , enz. Hierbij en bij hetgeen verder volgt houde men wel in het oog, dat men door middel van de koordeschaal in het algemeen slechts benaderde uitkomsten verkrijgt, aangezien de korden der bogen niet evenredig zijn aan de bogen zelve.

Door de fijne horizontale lijnen wordt elke graad in 4 gelijke deelen verdeeld, zoodat men op deze schaal de korden van cirkelbogen vindt aangewezen, welke met een verschil van $15'$ opklimmen; zoo is bv. $m n$ = koorde van boog $46^\circ 30'$ enz.

Om nu met behulp van deze schaal een gegeven hoek te meten, beschrijve men uit het hoekpunt van den hoek als middelpunt met de lijn $D. 60$ als straal een cirkelboog en vereenige de punten, waarin de beenen van den gegeven hoek door dezen boog worden gesneden. Men heeft dan nog slechts de lengte van deze koorde op de koordeschaal af te meten, gelijk hierboven is aangeduid.

Om een hoek van bepaalde grootte bv. van $46^\circ 30'$ te construeeren, beschrijve men uit een punt a , naar willekeur genomen in een lijn ap , als middelpunt met $D. 60$ als straal een cirkelboog, en uit het snijpunt p van dezen cirkelboog en de lijn ap als middelpunt met $m n$ als straal een tweeden cirkelboog. Is nu q het snijpunt der bovengenoemde cirkelbogen, zoo heeft men slechts a met q te vereenigen en dan is $\angle q a p = 46^\circ 30'$.

Teeken nu eens door middel van deze schaal een hoek van $35^\circ 45'$, een hoek van $52^\circ 15'$ en een hoek van $23^\circ 30'$.

Nonius.

4. De lengte $A' B'$ van de nonius, welke in het onderhavige geval in 10 gelijke deelen is verdeeld, komt overeen

met 9 deelen van de schaal AB , zoodat $10 ae = 9 ab$ en dus $ae = \frac{9}{10} ab$. Hieruit volgt dat $ab - ae = ab - \frac{9}{10} ab = \frac{1}{10} ab$; verder dat $ac - af = 2 ab - 2 ae = \frac{2}{10} ab$, $ad - ag = 3 ab - 3 ae = \frac{3}{10} ab$ en $ak - al = kl = 4 ab - 4 ae = \frac{4}{10} ab$. Hieruit blijkt dat de lengte van de staaf $CD = 86 ab + kl = 86,4 ab$ is. Het aantal tiendedeelen wordt terstond gevonden door na te gaan welk streepje van de nonius met een der deelstreepen van de schaal AB samenvalt. In het bovenstaande voorbeeld is het de vierde deelstreep, gelijk door het daarbij geplaatste cijfer op de nonius wordt aangewezen, zoodat men derhalve slechts 4 tiendedeelen aan de 86 deelen van de schaal AB had toe te voegen.

PL. III.

STRIKKEN EN VLECHTEN.

Strikken.

1. Trek de beide elkander rechthoekig snijdende lijnen AB en CD . Neem $aM = bM$, doch overigens naar willekeur en beschrijf op ab de gelijkzijdige driehoeken cab en dab ; trek door het punt M de lijnen ef en gh evenwijdig aan de zijden van deze driehoeken. Neem op de lijn AB den afstand Mx naar willekeur en maak $My = Mx$; bepaal evenzoo op de lijn CD punten, welke even ver van M zijn verwijderd; hier zijn daarvoor de punten c en d genomen. Laat uit y een loodlijn neder op de lijn ac ; deze lijn snijdt de lijn bc toevallig juist in het punt g , doch dit is geen vereischte. yg stelt nu den straal van den binnencirkel $gb'f$, yi den straal van den buitencirkel $ib's$ voor. Laat men uit c een loodlijn op het verlengde van db neer, dan is ck de straal van den

kleinen cirkelboog $k'c'$ en cl de straal van den grooten cirkelboog lCn .

Op gelijke wijze vindt men de lengte van de stralen der cirkelbogen, waardoor de overige deelen van de figuur worden bepaald.

2. In deze figuur is de strik afgeleid uit een ruit $cxdy$. Neem het punt y op de lijn cd , een der diagonalen van de ruit, naar willekeur, en laat uit dit punt een loodlijn $y'm$ neder op de zijde cy . Zij l het snijpunt van de lijn $y'm$ met de lijn xy , de andere diagonaal van de ruit, dan wijst m de breedte van den hand aan, waaruit de strik gevormd is. Trek door l een lijn li evenwijdig aan yc en verleng de lijn yc . Laat men nu uit x een loodlijn xk op yce neder dan verkrijgt men in xk , xi , $y'm$ en $y'l$ de stralen van evenzoovele cirkelbogen, waardoor de omtrekken van een deel der figuur worden aangegeven. De overige constructie kan verder geen bezwaar opleveren; alleen merken wij nog op, dat $Mx' = My'$ is genomen.

Vlechten.

3. Men trekke de diagonalen van het vierkant $adbc$, en door de punten c en d de lijnen cd' en dc' evenwijdig aan ab . Neem $mo = mn = \frac{1}{2} ad$; trek door de punten n en m lijnen evenwijdig aan cb , en verder door de punten m en o lijnen evenwijdig aan bd , dan verkrijgt men terstond de lengte van de stralen dr en dp .

Trekt men door o de lijn $c'd'$ evenwijdig aan cd , dan wijst d' het hoekpunt van een vierkant aan, dat met betrekking tot de figuur B dezelfde plaats inneemt als het vierkant $adbc$ met betrekking tot de figuur A . De verdere constructie zal dus geen toelichting meer behoeven.

4. am , bl en ci zijn evenwijdige lijnen; am en ci zijn even ver van bl verwijderd. Trek de loodrecht op bl en bepaal de snijpunten d en e van deze lijn met de lijnen am en ci . Beschrijf uit elk der punten d en e als middelpunt met de als straal een cirkelboog, en trek uit het snijpunt f van deze bogen en de lijn bl de lijn $d'g$ evenwijdig aan de , dan doen de punten d' en g de middelpunten van twee volgende cirkelbogen kennen. De verdere bewerking kan geene moeilijkheid aanbieden. De breedte van de vlechten kan naar willekeur genomen worden.

PL. IV.

SPIRALEN.

Spiraal met evenwijdige omgangen.

1. Beschrijf met een zekeren afstand aM als straal een cirkel; trek door het middelpunt M een lijn $Ab a B$ naar willekeur en uit dat zelfde punt mede naar willekeur de lijn Mg' ; neem op Mg' den afstand $ce' = e'f' = f'g' = ba$: beschrijf uit M als middelpunt de halve cirkels $ee'h$, $ff'i$ enz. en uit b als middelpunt de halve cirkels ela , fma , gni , enz.

2. Verdeel den omtrek van een cirkel m 7 in 8 gelijke deelen en trek door de deelpunten 1, 2... 8 raaklijnen 1. a'' 2. b'' , 3. c' enz. aan dezen cirkel. Laat uit 1 de loodlijn 1.0 neder op de middellijn 4.8. Beschrijf uit 1 als middelpunt met 1.0 als straal den cirkel 1. a ; uit 2 als middelpunt met 2. b als straal den cirkelboog abc ; uit 3 als middelpunt met 3. c als straal den cirkelboog cd , enz.

Spiraal met verwijderende omgangen.

3. Trek door het middelpunt a van een cirke $a. 6$, die duidelijkshalve in Fig. 3. b op vergroote maatstaf is voorgesteld, een lijn nl . Verdeel de middellijn 5.6 (Fig. 3. b) in 6 gelijke deelen. Beschrijf uit 1 als middelpunt met 1.6 als straal den halven cirkel 6. oc ; daarna uit 2 als middelpunt met 2. c als straal den halven cirkel cde ; vervolgens uit 3 als middelpunt met 3. e als straal den halven cirkel efg , enz.

Oud-Grieksch spiraalornament.

4. Meet op de horizontale grondlijn AB van a naar b zeven gelijke deelen af; trek uit b de lijn bc loodrecht op AB en neem $bc = \frac{1}{4} ab$. Vereenig a met c en trek uit a een lijn $a. 4'$ loodrecht op ac . Neem nu $a. 1'$ naar verhouding der breedte die aan het ornament zal gegeven worden en maak $1'. 2' = 2'. 3' = 3'. 4' = a. 1'' = 1''. 2'' = 2''. 3'' = a. 1'$. Maak voorts $ad = 7 a 1'$ en trek door d een lijn evenwijdig aan $4'. 3''$, dan is het snijpunt e van deze lijn met de lijn AB het middelpunt van de volgende spiraal. Nu zijn, uitgenomen voor den halven cirkel $a. 1'$, a en $1'$ bij afwisseling de middelpunten der halve cirkels, die door de deelpunten $1', 2', 3', 4'$ getrokken moeten worden.

Elliptische Spiraal.

5. Beschrijf op de lijn ef de gelijkzijdige driehoeken fec en fed en verleng de zijden door de punten e en f heen. Trek uit f de lijn fg en uit e de lijn eh , beide loodrecht op ab ; verder uit c de lijn ci en uit d de lijn dk , beide evenwijdig aan ab . Neem $ci = fg = eh = dk$, doch overigens naar willekeur.

Beschrijf nu uit k als middelpunt met ke als straal den

cirkelboog el ; uit g als middelpunt met gl als straal den cirkelboog lm ; uit i als middelpunt met im als straal den cirkelboog mn , enz.

Volute.

6. Neem op het been AB van den rechten hoek ABC van het hoekpunt B uitgaande *zestien* en op het been BC *elf* onderling gelijke deelen.

Trek uit 9 een lijn $9bd$ evenwijdig aan BC en uit 8' een lijn $8'ca$ evenwijdig aan BA . Beschrijf uit het snijpunt O dezer lijnen als middelpunt met $da = \frac{1}{18} AB$ als straal een cirkel, het zoogenaamde *oog* der volute, en beschrijf in dezen cirkel het vierkant $abcd$. Deel de zijden van dit vierkant in de punten 1, 2, 3, 4 middendoor; trek de lijnen 1. 3 en 2. 4 en verdeel elk der lijnen 0.1 0.2, enz. in drie gelijke deelen; plaats bij de deelpunten de getallen 5, 6, enz., 12, in voege als in Fig. 6. b is aangegeven.

Trek uit het punt 1 de lijnen 1. k en 1. i , uit het punt 3 de lijnen 3. l en 3. m evenwijdig aan de beenen van den rechten hoek; trek eindelijk een lijn door de punten 4 en 5, 5 en 6, 6 en 7, enz.

Men beschrijve nu

uit 1, als middelpunt met 1. k als straal den cirkelboog ik

„ 2, „ „ „ 2. k „ „ „ „ kl

„ 3, „ „ „ 3. l „ „ „ „ lm

„ 4, „ „ „ 4. m „ „ „ „ mn

„ 5, „ „ „ 5. n „ „ „ „ $n.5''$

„ 6, „ „ „ 6.5'' „ „ „ „ 5''.6'' enz.

De binnenlijn, waardoor de versmallende band der krul gevormd wordt, is op gelijke wijze getrokken, alleen met dit onderscheid dat de middelpunten der achtereenvolgende cirkelbogen $\frac{1}{24} ab$ dichter bij het punt 0 genomen worden; zoo is b.v. $0.1' = 0.1 - \frac{1}{24} ab$, $0.2' = 0.2 - \frac{1}{24} ab$, enz.

PL. V.

MEETKUNSTIGE KROMME LIJNEN.

Ellips.

1. 1^e Constructie. Beschrijf uit het punt M als middelpunt met $MC = MD$ als straal en met $MA = MB$ als straal een cirkel. MA en MC zijn naar willekeur genomen. Trek de middellijnen AB en CD loodrecht op elkander; verdeel den omtrek van den cirkel MA in een zeker aantal b.v. *acht* gelijke deelen, zoodat $Ae = ef = fg = \text{enz.}$, en verdeel den omtrek van den cirkel MC in een even groot aantal gelijke deelen $ae' = e'f' = f'g' = \text{enz.}$ Trek uit e een lijn evenwijdig aan CD en uit e' een lijn evenwijdig aan AB , dan is het punt e'' , waarin deze twee lijnen elkander snijden, een der punten van den omtrek eener ellips.

AB is de *grootte*, CD de *kleine as* dezer ellips.

2. 2^e Constructie. Trek twee lijnen AB en CD loodrecht op elkander; neem $MC = MD$ en $MA = MB$, doch overigens naar willekeur. Zij $MA > MC$. Beschrijf uit C als middelpunt met $MA = MB$ als straal een cirkelboog en bepaal de snijpunten F, F' van dezen cirkelboog met de lijn AB ; deze punten F en F' worden de *brandpunten* van de ellips genoemd.

Neem op AB een punt a naar willekeur en beschrijf uit F als middelpunt met Aa en uit F' als middelpunt met Ba als straal een cirkelboog; de snijpunten a' en a'' van deze cirkelbogen zijn beide punten van den omtrek eener ellips, welke AB tot *grootte* en CD tot *kleine as* heeft.

3. 3^e Constructie. Beschrijf den rechthoek $abcd$; trek door het middelpunt M van dezen rechthoek de lijn $AB \parallel ac$ en de lijn $CD \parallel ab$. Verdeel Bc in een zeker aantal gelijke

deelen en MB in een even groot aantal gelijke deelen. Trek door D en 4 alsmede door c en 4' een lijn; het snijpunt 4" dezer lijnen is een punt van den omtrek eener ellips, waarvan AB en CD de beide assen zijn.

Quadratrix.

4. Trek de lijn AC loodrecht op BD en beschrijf uit het snijpunt M dezer lijnen als middelpunt met een zekeren afstand MA als straal den cirkel $ABCD$. Verdeel den straal MA in een zeker aantal gelijke deelen en den cirkelboog AB in een even groot aantal gelijke deelen: trek door M en c' een lijn en door c een lijn evenwijdig aan BD ; het snijpunt c'' dezer lijnen is een punt van de quadratrix. Neemt men boog $Ak' =$ boog $k'l' =$ enz. $=$ boog Ac' en $Ak = kl =$ enz. $= Ac$ en trekt men dan bij voorbeeld door M en l' een lijn en door het punt l een lijn evenwijdig aan BD , zoo is het snijpunt l'' dezer lijnen wederom een punt van de quadratrix.

De lijn BD is bij deze kromme lijn een as van symmetrie.

Met behulp van deze kromme lijn is men in staat om een hoek in drie gelijke deelen te verdeelen. Zij bv. $f' MB$ de te verdeelen hoek. Men trekke dan de lijn $f' M$ en bepale het snijpunt f'' van deze lijn met de quadratrix. Vervolgens trekke men uit f'' de lijn $f'' f'$ evenwijdig aan BD en verdeele Mf' in drie gelijke deelen; Zij $Mh = \frac{1}{3} Mf$. Trekt men nu uit h de lijn hh'' evenwijdig aan BD , en door het snijpunt h'' van deze lijn met de quadratrix de lijn $Mh'' h'$, dan is $\angle h' MB = \frac{1}{3} \angle f' MB$.

De juistheid van de uitkomst dezer constructie hangt geheel af van de naauwkeurigheid waarmede de quadratrix is geteekend.

Parabool.

5. Beschrijf een rechthoek $ABFE$; deel AB in C midden-door en trek $CD \parallel AE$. Verdeel CB in een zeker aantal gelijke deelen $Ca = ab = \text{enz.} = gB$ en BF in een even groot aantal gelijke deelen $F.1 = 1.2 = \text{enz.} = 7.B$.

Trek de lijnen $a.1'$, $b.2'$, enz. $g.7'$ evenwijdig aan CD en vereenig het punt D met elk der punten $1, 2$, enz. Bepaal het snijpunt van $D.1$ met $a.1'$, van $D.2$ met $b.2'$, enz. dan zijn deze snijpunten $1'', 2''$, enz. even zoovele punten van een parabool, waarvan CD de *as* en D de *top* is.

De kromme lijn $D1''2'' \dots B$ stelt een der *takken* van de parabool voor; de andere tak wordt door de kromme lijn DA aangewezen; deze takken zijn symmetrisch gelegen met betrekking tot de *as*.

Spiraal van Archimedes.

6. Beschrijf een cirkel en trek door het middelpunt M de lijnen mf en ci loodrecht op elkander. Deel den straal Mm in een zeker aantal b.v. 12 gelijke deelen $m.1 = 1.2 = \text{enz.} = 11.M$ en den cirkelomtrek in een even groot aantal gelijke deelen $ma = ab = \text{enz.} = lm$; vereenig elk der punten a, b enz. met het middelpunt. Beschrijf uit M als middelpunt met $M.1$ als straal den cirkelboog $1.a'$ en bepaal het snijpunt a' van dezen cirkelboog met de lijn Ma ; beschrijf verder met $M.2$ als straal den cirkelboog $2.b'$ en bepaal het snijpunt b' van dezen cirkelboog met de lijn Mb , enz. dan zijn a', b' , enz. punten van de spiraal van *Archimedes*.

Cardioïde (hartvormige lijn.)

7. Beschrijf een cirkel Ma trek daarin een middellijn ab en neem op het verlengde bc van deze, uitgaande van het punt b , een zeker aantal gelijke deelen (hier 8) $b.1' = 1'.2' = \text{enz.} = 7'.c$. Deel den halven cirkelomtrek $a1b$ in een even

groot aantal gelijke deelen $a. 1 = 1.2 = \text{enz.} = 7. b$ en trek uit het middelpunt M door elk der punten 1, 2, enz. een lijn. Neem op $M. 1$ een afstand $M. 1'' = M. 1'$: op $M. 2$ een afstand $M. 2'' = M. 2'$ enz. dan zal de lijn, door de punten $a, 1'', 2''$ enz. $\dots c$ getrokken, de eene helft van de gezochte lijn voorstellen. De constructie van de andere helft kan geene zwa-
righeid opleveren, aangezien de lijn ac bij deze figuur een as van symmetrie is.

Cycloïde.

8. Om deze lijn te kunnen beschrijven moet men eerst de lengte van den omtrek eens cirkels op een rechte lijn uitzetten. Hierbij kan men aldus te werk gaan.

a. Zij Ma (Fig. 8. a) de gegeven cirkel. Men trekke alsdan daarin twee onderling loodrechte middellijnen ab en cd en vereenige a met c . Verdeelt men nu ac in vijf gelijke deelen $c.1 = 1.2 = \text{enz.}$ en neemt men een lengte $eg = ef + fg = 3cd + c.1$, dan verschilt deze lijn van de werkelijke lengte des cirkelomtreks minder dan $\frac{1}{3000}$ van de lengte der middellijn.

b. Om nu de cycloïde te beschrijven, trekke men aan den cirkel $M'. 6$ (Fig. 8. b) een raaklijn $A \text{ vi } B$ en neme daarop $\text{vi. } e' = \text{vi. } g' = \frac{1}{2}$ cirkelomtrek. Trek de middellijn $\text{vi. } 6$; verdeel elk der halve cirkelomtrekken $6. 5. \text{vi}$ en $6. 5, \text{vi}$ in een zeker aantal b.v. zes gelijke deelen $6.5 = 5.4 = \text{enz.} = 6. 5_1 = 5_1 4_1 = \text{enz.}$ en verdeel elk der lijnen $\text{vi. } g'$ en $\text{vi. } e'$ in een even groot aantal gelijke deelen. Vereenig het punt vi met elk der punten $5, 4$, enz. en trek uit v een lijn $v. 5'$ die gelijk en evenwijdig is aan $\text{vi. } 5$; uit iv een lijn $\text{iv. } 4'$, die gelijk en evenwijdig is aan $\text{vi. } 4$, enz., en herhaal deze bewerking aan de andere zijde van de middellijn $\text{vi. } 6$, dan zijn $6, 5', 4'$ enz. $5'', 4''$, enz. punten van een der takken eener cycloïde.

PL. VI.

RAAKLIJNEN AAN DE ELLIPS.

GEWELFBOGEN.

Raaklijnen aan de ellips.

Een raaklijn te trekken aan een ellips

1. in een gegeven punt x van de ellips.

Beschrijf een ellips (Zie de beschrijving van fig. 1, 2 of 3 van Pl. V.) Bepaal de beide brandpunten d en d' ; trek door x de lijnen $d'f$ en de . Deel den hoek exd' middendoor, dan is de deellijn gh de gezochte raaklijn.

2. evenwijdig aan een gegeven lijn AB .

Beschrijf wederom een ellips. Trek twee koorden ab en cd beide evenwijdig aan AB , doch overigens naar willekeur; deel ab in e en cd in f middendoor en verleng de lijn fe tot zij den omtrek der ellips snijdt. Zij g het snijpunt; trek door g een lijn hi evenwijdig aan AB , dan is deze lijn de begeerde raaklijn.

3. uit een punt x buiten de ellips.

a. Men beschrijve weder een ellips en trekke daarna uit het punt x drie lijnen xab , xcd , en xef , zoodanig dat zij de ellips snijden, doch verder naar willekeur.

Vereenig het snijpunt c met de snijpunten b en f , alsmede het snijpunt d met de snijpunten a en e . Trekt men nu door de punten g en h , waarin deze vereenigingslijnen elkander snijden, een lijn en vereenigt men elk der punten i en k , waarin de omtrek van de ellips door deze lijn gesneden wordt, met het punt x , dan zullen beide deze lijnen aan de vraag voldoen.

b. Bepaal de brandpunten d , d' der ellips; beschrijf uit x als middelpunt met xd als straal den cirkelboog dc , en met xd' als straal den cirkelboog $d'e$; beschrijf verder uit elk der punten d en d' als middelpunt met ab als straal een cirkelboog en bepaal de punten k en l , waarin deze bogen de cirkelbogen dc en $d'e$ snijden. Vereenigt men nu d met k en d' met l , dan verkrijgt men op den omtrek der ellips twee snijpunten m en n . De lijnen xm en xn nu zijn beide raaklijnen aan de ellips.

Gewelfbogen.

Een gewelfboog te beschrijven

4. met gelijken rechtstand.

ab is de *spanwijdte*, cd de *spanhoogte*.

a. Deel ab in c middendoor; trek uit c de lijn cd loodrecht op ab ; vereenig a met d ; neem $ae = ac$ en trek door het midden van ae de lijn fg loodrecht op ae ; bepaal het snijpunt g van deze lijn met het verlengde van dc . Maak $\angle f'gd = \angle fgd$ en beschrijf uit g als middelpunt met gd als straal, den cirkelboog fdf' . Wanneer men dan nog uit h met $ha = hf$ als straal den cirkelboog af , en uit i met $ib = if'$ als straal den cirkelboog $f'b$ beschrijft, dan is $afdf'b$ de gevraagde gewelfboog.

b. Beschrijf op $ac = \frac{1}{2}ab$ den gelijkzijdigen driehoek ace . Neem $cf = cd$, trek de lijn df en uit het punt g , waar deze lijn de zijde ae snijdt, de lijn gih evenwijdig aan ce . Bepaal het snijpunt h van de lijn gih met het verlengde van cd en trek uit h een lijn hkg' zoodanig dat $\angle dhg' = \angle dhg$ is. Beschrijf uit h als middelpunt met hd als straal den cirkelboog gdg' , uit i als middelpunt met $ig = ia$ als straal den cirkelboog ag en uit k als middelpunt met kg'

$= kb$ als straal den cirkelboog $g'b$, dan is $agdg'b$ de gezochte gewelfboog.

5. met ongelijken doch gegeven rechtstand.

ab spanwijdte; bc verschil in rechtstand.

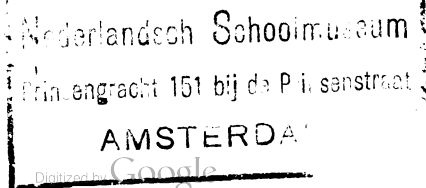
a. Verleng ab ; neem $bd = bc$; trek door het midden e van de lijn ad de lijn eg loodrecht op ad , en door c de lijn cf evenwijdig aan ad . Beschrijf uit het snijpunt f van de lijnen eg en cf met fc als straal den cirkelboog cg en uit e als middelpunt met ea als straal den cirkelboog ag , dan is agc de verlangde gewelfboog.

b. Vereenig a met c ; deel ab in d middendoor; trek de loodrecht op ab ; deel den hoek afe middendoor; bepaal het snijpunt h van de deellijn gf met ab . Trek uit c evenwijdig aan ab de lijn ci en vereenig e met h , dan is het snijpunt i van deze lijn met de lijn ci het middelpunt van den cirkelboog ce . Beschrijft men nu nog uit het punt f als middelpunt met fa als straal den cirkelboog ae , dan vormt deze met den cirkelboog ec den gevraagden gewelfboog.

Gothische gewelfboog.

6. Verdeel de lijn ab in een zeker aantal b. v. zes gelijke deelen $a.1 = 1.2 = \text{enz.}$ en neem $ag = bc = a.1$. Wanneer men nu uit a en b als middelpunten met ab als straal cirkelbogen beschrijft, zullen deze den *gelijkzijdigen* gewelfboog adb vormen. Beschrijft men uit c en g als middelpunten met ca als straal cirkelbogen, dan bekomt men den *spitsen* gewelfboog afb , terwijl men, uit 1 en 5 als middelpunten met 1. b als straal cirkelbogen beschrijvende, den *stompen* gewelfboog aeb verkrijgt.

Neemt men ag en bc beide gelijk aan 2 of 3 maal $a.1$, dan wordt de gewelfboog hoe langer hoe spitzer.



Tudor boog.

7. Verdeel de spanwijdte ab in 4 gelijke deelen $a.2 = 2.c = c.2' = 2'.b$, en beschrijf op $2.2'$ een gelijkzijdigen driehoek $2.2'.e$; verleng de zijden $2.e$ en $2'.e$ naar beide zijden en bepaal de snijpunten f en f' van deze lijnen met de lijnen $b.f$ en $a.f'$ of rechtstanden uit b en a loodrecht getrokken op ab . Beschrijf uit 2 als middelpunt met $2a$ als straal den cirkelboog ag , en uit f als middelpunt met fg als straal den cirkelboog gd . Beschrijf op gelijke wijze uit $2'$ den cirkelboog bg' en uit f' den cirkelboog $g'd$, dan is $agdgb$ een Tudor boog.

Moorsche rondboog.

8. Trek uit het midden c der spanwijdte ab de lijn ch loodrecht op ab ; trek daarna ad evenwijdig aan ch en neem $ad = ac$. Beschrijf op ad den gelijkzijdigen driehoek ade en verleng de zijde ae , tot zij het verlengde van hc snijdt; zij f het snijpunt dezer lijnen. Maak $cg = cf$ en beschrijf uit g als middelpunt met ga als straal den cirkelboog ahb en uit f als middelpunt met fa als straal de cirkelboogjes aa' en bb' . De overige constructie blijkt voldoende uit de figuur; de afmetingen kunnen naar willekeur genomen worden.

Moorsche puntboog.

9. Verdeel de spanwijdte ab in 6 gelijke deelen $a.2 = 2.1 = \text{enz.}$; trek uit het midden m van ab de lijn dmc loodrecht op ab en door de punten 1 en $1'$ lijnen evenwijdig aan cd . Neem $1'.3' = m.1$; vereenig 1 met $3'$ en maak $1.f = 1'.g = 1.5 = 1'.4 = 1.3'$. De punten f en g zijn de middelpunten der cirkelbogen hb en ah , terwijl 4 en 5 de middelpunten der kleine cirkelbogen aa' en bb' zijn.

PL. VII.

CIRKELVULLINGEN,

aan den Gothischen stijl ontleend.

Vierbladerige roos.

1. Beschrijf in een gegeven cirkel een vierkant $acbd$ en trek de lijnen fg en eh evenwijdig aan de zijden ac en bc . Vereenigt men de punten e, f, h, g twee aan twee, dan verkrijgt men een tweede vierkant $efhg$ ⁽¹⁾; de snijpunten i, k, l, m van de zijden van dit vierkant met de middellijnen ab en cd zijn de middelpunten der cirkelbogen ecf enz. Beschrijft men nu in het vierkant $efhg$ den cirkel $imlk$, dan is mn de straal van den binnencirkel nop , enz.

Driebladerige roos.

2. Beschrijf in een gegeven cirkel twee gelijkzijdige driehoeken adf en ceb , wier zijden twee aan twee genomen aan elkander evenwijdig zijn. Trek de middellijnen ab, cd en cf , dan zijn de snijpunten g, h en i van deze lijnen met de zijden van den driehoek ceb de middelpunten der cirkelbogen kam enz., welke den gegeven cirkel raken en aan de punten k, l en m , gelegen op het midden van de zijden van den driehoek adf , eindigen.

Klaverblad.

3. De grondlijnen (Fig. 3. a) van het klaverblad komen

¹⁾ De Bouwmeesters in de middeleeuwen noemden deze constructie quadratur.

overeen met die van figuur 2 (1). Deel den hoek akf middendoor en bepaal het snijpunt z van de deellijn kt met de lijn al . Laat men uit het punt z (Fig. 3. b) de loodlijn zu neder op de zijde ad , dan wijst deze loodlijn de grootte aan van den straal, waarmede de cirkelbogen moeten beschreven worden, die met de zijden van den driehoek adf de klaverbladen vormen.

Tweeglopige.

4. Verdeel de middellijn ab in 4 gelijke deelen $ax = xM = My = yb$ en beschrijf uit de punten x en y als middelpunten met $xM = yM$ als straal de cirkelbogen afM en $Mf'b$. Trek de middellijn cMd zoodanig dat $\angle aMc = 15^\circ$; alsdan is boog $ac = \frac{1}{4}$ boog afM . Deel Md in 4 gelijke deelen $M.1 = 1.2 = \text{enz.}$ en trek uit 2 de lijn $2f'$ loodrecht op Md ; maak $ef' = M.1$, dan zijn 1, 3 en e de middelpunten der cirkelbogen Mg , hd en $gf'h$. De boog afM moet op gelijke wijze door cirkelbogen gevuld worden.

Drieglopige.

5. Deel een cirkelomtrek in 6 gelijke deelen. Verleng de middellijn 5.2 en bepaal het snijpunt a van deze lijn met de raaklijn aan den cirkel in het punt 1. Deel den hoek $2a1$ middendoor; zij b het snijpunt van de deellijn met de middellijn 1.4. Neem $MC = Md = Mb$ en beschrijf uit b , c en d als middelpunten met $b.1$ als straal de cirkelbogen leg , $ef3$ en $fg5$.

1) Twee overhoeks staande gelijkzijdige driehoeken met een zelfde middelpunt, waarin nog weder andere dergelijke driehoeken geplaatst zijn, vormen een constructie-figuur, die door de middeleeuwsche Bouwmeesters „triangulatuur” genoemd werd.

De vulling van deze cirkelbogen $1eg$, $3ef$ en $5gf$ geschiedt als bij Figuur 4 is aangewezen.

Vierglopije.

6. Deel den omtrek eens cirkels in 8 gelijke deelen. Bepaal de punten b, c, d en e op gelijke wijze als de punten c, b en d in Figuur 5 en beschrijf uit die punten als middelpunten met $c.1 = d.7 =$ enz. als straal de cirkelbogen $3gf$ enz. De vulling dezer cirkelbogen geschiedt op dezelfde wijze als in de beide voorgaande figuren.

7. Beschrijf in den gegeven cirkel een vierkant $1.2.3.4$ en trek de middellijnen 5.6 en 7.8 evenwijdig aan de zijden van dit vierkant; daardoor verkrijgt men de punten a, b, d en c . Vereenigt men deze punten twee aan twee dan bekomt men het vierkant $abcd$.

Beschrijf nu uit a als middelpunt met ae als straal den cirkelboog ef , en uit g als middelpunt met gl als straal den cirkelboog lf . Vereenig het snijpunt dezer cirkelbogen met het punt g en beschrijf uit g als middelpunt met gc als straal den cirkelboog co en uit f als middelpunt met $fa = ae = \frac{1}{2}gl = \frac{1}{2}gf$ als straal mede een cirkelboog, dan zal deze, daar $go = cg = \frac{1}{2}gf$ en dus $fo = \frac{1}{2}gf$ is, door het punt o gaan. Op gelijke wijze worden de kromme lijnen $2anb$, $1bqd$ en $4dpc$ verkregen.

PL. VIII.

GOTHISCHE SPITSBOGEN.

1. Beschrijf in een gelijkzijdigen driehoek ABC den cirkel Ma ; trek door het middelpunt M en elk der hoekpunten van den driehoek ABC een lijn. De snijpunten a, i en k van deze lijnen met den cirkelomtrek bepalen de hoekpunten van den gelijkzijdigen driehoek aik ; verleng de

zijde ia naar l en trek uit a de lijn am loodrecht op ak ; deel den hoek lam middendoor en bepaal het snijpunt n van deze deellijn met de lijn AC ; maak $Co = Co' = Bp = Bp' = An' = An$.

Beschrijf uit B als middelpunt met BA als straal de cirkelbogen $A2$ en de en uit datzelfde punt als middelpunt met BA' als straal de cirkelbogen $A'2'$ en bc ; beschrijf verder met Bg als straal den cirkelboog gth en met Bg' als straal den cirkelboog $g't'h'$. De afstanden BA' , Bg en Bg' kunnen naar willekeur worden genomen.

Vervolgens beschrijve men uit a als middelpunt met $a.2$ als straal den cirkelboog $2.q$, met $a.2'$ als straal den cirkelboog $2',q'$, met at als straal den cirkelboog $b.f$ en met $ay = at + 2.2'$ als straal het cirkelboogje dr .

Om de kromme lijn bd te construeeren, verdeele men xy (Fig. 1. b) in drie gelijke deelen $x.2 = 2.1 = 1.y$ en vz in een evengroot aantal gelijke deelen $v.1 = 1.2 = 2.z$. Beschrijft men nu uit a als middelpunt met $a.2$ als straal en uit B als middelpunt met $B.2'$ als straal een cirkelboog, dan is het snijpunt $2''$ dezer cirkelbogen een punt van de gezochte kromme lijn. Het punt $1''$ wordt op overeenkomstige wijze gevonden, en daarna uit de hand door de punten $b, 2'', 1'', d$ een kromme lijn getrokken.

Bij het hoekpunt f is aangegeven op hoedanige wijze een splitsboograam door steenhouwwerk wordt ingesloten.

2. Beschrijf een gelijkzijdigen driehoek ABC en neem $AD = FB$ naar willekeur; beschrijf uit A als middelpunt de cirkelbogen BC en FE en uit het punt B de cirkelbogen AC en DE . Vereenig het punt E met de punten D en F en beschrijf in den gelijkbeenigen driehoek DEF den cirkel Md . Trek door het middelpunt M van dezen cirkel de lijnen AMa , BMb en CMc ; zij d het snijpunt van de

lijn CMc met den cirkelomtrek. Beschrijf nu uit A als middelpunt met Ad en uit B als middelpunt met Bd als straal de cirkelbogen $d fh$ en deg . Neem boog $ge =$ boog de en boog $fh =$ boog df , dan zijn g en h de middelpunten der cirkels, waarvan mm' en nn' deelen zijn, terwijl d het middelpunt aanwijst van den cirkel, waartoe de bogen pp' en qq' behooren. De punten p' en q' , waarin deze bogen overgaan in de cirkelbogen; uit de punten A en B beschreven, worden op overeenkomstige wijze gevonden als in de vorige figuur (1. a) voor het punt 2 is aangewezen, terwijl de constructie der onderdeelen van deze figuur geheel overeenkomt met die van Fig. 1.

PL. IX.

GOTHISCH SPITSBOOGRAAM.

Trek rechthoekig op elkander de lijnen AB en CD . Neem $6 A = 6 B$, doch overigens naar willekeur; beschrijf uit A en uit B met AB als straal de cirkelbogen BC en AC . Verdeel elk dezer bogen in 4 gelijke deelen en trek de stralen $A. 1$, $A. 2$, $A. 3$, $B. 1'$, enz. Hierdoor verkrijgt men de middelpunten d , e en f der kleine binnenbogen gkh , kim , hil , waarvan de stralen gelijk zijn aan $\frac{1}{2} de = \frac{1}{2} ef = \frac{1}{2} df$. Vereenigt men de punten d , e en f twee aan twee dan ontstaat de gelijkzijdige driehoek def .

Beschrijf uit het punt A als middelpunt met Al en uit B als middelpunt met Bg als straal de cirkelbogen EF en DE ; beschrijf verder uit het punt d als middelpunt met $dp = \frac{1}{2} de$ als straal een cirkel en in dezen cirkel den gelijkzijdigen driehoek pqr , waarvan de zijden evenwijdig zijn aan die van den driehoek def , dan zijn de punten p , q en r de middelpunten der tot en stu , enz. Voor de

verdere constructie van de onderdeelen dezer binnenbogen raadplege men de beschrijving van Pl. VIII.

Deel nu de lijn DF in 6 gelijke deelen D , $4 = 4.5 =$
 $= \text{enz.} = 8$. F en trek uit de deelpunten lijnen loodrecht
 op DF . Bepaal het snijpunt o van de loodlijn door 4 ge-
 trokken met den omtrek van den cirkel dg en maak $ov = dp$;
 vereenig het punt 6 met de punten d en f en trek door v
 de lijn $vw \parallel 6.f$ en de lijn $vz \parallel 6.d$ en bepaal de snij-
 punten w en z van deze lijnen met de loodlijnen door de
 deelpunten D en 1, getrokken. Trek de lijn wz en verdeel
 deze lijn in drie gelijke deelen $wx = xy = yz$, dan zijn de
 punten x en y , de middelpunten der toten wn en $n'z$. De
 cirkelboog nc gaat bij c over in den cirkelboog ocw , welke
 uit het punt z als middelpunt is beschreven.

De bovenstaande toelichtingen zullen wel voldoende zijn
 voor de voltooiing van de figuur.

PL. X.

ORNAMENT FIGUREN.

De gedeelten der figuren 3—10 gemerkt a geven hare
 constructie aan. Zij moeten geheel voltooid worden gelijk bij
 b is aangegeven, doch men bedenke daarbij dat de scha-
 duwlijn alleen van *onderen* en *rechts* van elk verheven deel
 moet worden aangebracht. In figuur 1, 2, 11 en 12 is dit
 duidelijk aangewezen.

De figuren behoeven niet meer dan $\frac{1}{4}$ vergroot te worden.

De ornamenten moeten met geen te donkere inkt worden
 omgetrokken, doch bij het retoucheeren moet krachtig zwarte
 inkt gebezigd worden; aan de overgangen van zware in
 fijne lijnen moet bijzondere zorg besteed worden, ook mogen
 de zware lijnen zich niet harig voordoen.

PL. XI. DE VIJF ARCHITECTONISCHE ORDEN.

1. Wanneer men den afstand $A B$ in 19 gelijke deelen verdeelt, komen daarvan 3 voor de kroonlijst, 10 voor de kolom en 4 voor het voetstuk (pedestal.)

De tien deelen van de kolom worden herleid:

voor de Toskaansche	orde	tot	14	modulen
„ „ Dorische	„	„	16	„
„ „ Jonische	„	„	18	„
„ „ Corinthische en Samengestelde	„	„	20	„

en dan is de geheele hoogte

van de Toskaansche	orde	22 modul	2 part.
„ „ Dorische	„	25	„ 4 „
„ „ Jonische	„	28	„ 9 „
„ „ Corinthische en Samengestelde	„	32	„

De modul (modulus, grondmaat) is gelijk aan den halven diameter van het onderende der schacht.

De modulschaal, waarnaar alle deelen moeten bepaald worden, is verdeeld voor de Toskaansche en Dorische orden in 12, voor de Jonische en Corinthische in 18 parten.

De kroonlijst (19—16) bestaat uit 3 deelen: *a.* corniche, *b.* fries. *c.* architraaf.

De kolom (16—4) bestaat uit 3 deelen: *a.* kapiteel, *b.* schacht, *c.* basement.

Het voetstuk (4—0) bestaat insgelijks uit 3 deelen: *a.* dekstuk, *b.* teerling, *c.* voetlijst.

2 en 3. De kolomsverdunning (galbe) neemt aan het beneden derde gedeelte van de schacht der kolom een aanvang en wordt op de volgende wijze bepaald:

voor de Toskaansche en Dorische orden,

2. verdeel AB, de lengte-as der kolom, in 3 gelijke deelen $AE = EF = FB$ en trek midden tusschen EF en FB de lijnen 1.1' en 3.3', loodrecht op A B. Beschrijf uit E met 1 modul als straal een halven cirkel, K I J L en laat uit de punten C en D, die den diameter aan het boveinde der schacht bepalen (zijnde deze voor de Tosk. gelijk aan 1 mod. 7 part en voor de Dor. gelijk aan 1 mod. 8 part.), loodlijnen neer op K L en bepaal de snijpunten I en J van deze lijnen met den cirkelboog. Verdeel vervolgens K I en J L in even groot aantal gelijke deelen, als waarin EB verdeeld is; trek door elk der deelpunten een lijn evenwijdig aan B E; de snijpunten dezer lijnen met de parallellen 1, 2, 3, C bepalen het beloop van de schacht der kolom.

Voor de Jonische en Corinthische orden,

3. Verdeele men de lengte-as der kolom AB in 8 gelijke deelen, en bepale de diameters bij C D en bij E F (de laatste is gelijk aan 1 mod. 12 part). Trek door G een lijn H H' I loodrecht op A B en neem op deze lijn $GH = 1$ mod. Beschrijf met deze laatste maat als straal uit E als middelpunt den boog I K en bepaal het snijpunt J van de lijn E K met de lijn H J. Trek nu de lijnen J. 7, J. 6, J. 5, J. 4, J. 3 en maak $7.7' = 6.6' = 5.5 = 4.4' = 3.3' = EK$, dan zullen de punten E, 7', 6', 5', 4', 3', H de galbe of kromme lijn der verdunning bepalen.

PL. XII. ARCHITECTONISCH LIJSTWERK.

Voornaamste onderdeelen, die aan de architectonische orden voorkomen.

<i>a</i> Eenvoudige lijsten.		<i>b</i> Samengestelde lijsten.	
1 bandje		13 scheppend hol (scotie).	
2 parelband		14 sluitlijst	
3 half rond (torus)		15 kroonlijst	
4 kwart rond (rechts)	} (echinus)	16 tusschenlid (draaglijst)	
5 „ (omgek.)		17 modiljon lijst	
6 hol (rechts)		18 tandlijst	
7 „ (omgekeerd)		19 steunlijst	
8 „ (rechts, verkort)		20 basementlijst	
9 a. b. ojief (recht)		21 kroonlijst met tanden.	
10 „ (omgek. rechts) (talon)	22	} kroonlijst met draag-	
11 „ sluitlijst (sima)	23		
12 „ omgekeerd (steunlijst)	24	steenen.	

PL. XIII. TOSKAANSCH ORDE.

I. Hoofdgestel.		<i>hoogte</i>	<i>sprong uit de as der kol.</i>
<i>a</i> Kroonlijst.			
<i>a</i> kwart rond	0.4	1.4	2.3½
<i>b</i> parelband	0.1		1.11½
<i>c</i> plat bandje	0.½		1.11
<i>d</i> druiplijst	0.6		1.10½
<i>e</i> bandje	0.½		1.7
<i>f</i> Ojief	0.4	3.6	1.1½
<i>b</i> Fries	1.2	1.0	bov. 0.10
<i>c</i> Architraaf			ond. 0.9½
<i>a</i> opperband	0.2		0.11½
<i>b</i> vlakke	0.10		0.9½

II. Kolom. a Kapiteel

<i>a</i> opperband v. h. abacus	0.1	1.0	1.2½		
<i>b</i> vlakke v. h. abacus	0.3		1.1½		
<i>c</i> kwartrond	0.3		1.1		
<i>d</i> keelring	0.1		0.10½		
<i>e</i> keelstuk	0.4		0.9½		
b Schacht					
astragaal {	<i>a</i> ronde band	0.1	1.2	14.0	0.11
	<i>b</i> bovengordel	0.½		0.10½	
<i>c</i> kolomschacht ¹⁾	11.10½			bov.	0.9½
c Basement				ond.	1.0
<i>a</i> ondergordel	0.1	1.0	1.1½		
<i>b</i> halfrond	0.5		1.4½		
plint	0.6		1.4½		

	<i>hoogte</i>	<i>sprong uit</i> <i>de as der kol.</i>
III. Voetstuk. a dekljst		
<i>a</i> dekband	0.2	0.6 } 1.8½ bov. 1.8 ond. 1.5
<i>b</i> ojief	0.4	
b Teerling	3.8	
c Voetlijst		
<i>a</i> ondergordel	0.1	0.6 } 1.6 1.8
<i>b</i> plint	0.5	

¹⁾ De kolomschacht is aan den bovengordel door een afloop en aan den ondergordel door een aanloop verbonden.

PL. XIV. DORISCHE ORDE (MET MUTULEN OF MODILLONS).

De Dorische orde kan zijn of met tanden, of met mutulen. In het eerste geval wordt het kwartrond; vervangen door een ojief; de afmetingen van *f* tot *j* verschillen dan ook eenigszins.

	<i>hoogte</i>	<i>sprong uit de as der kol.</i>
1. Hoofdgestel. a Kroonlijst.		
<i>a</i> opperband	0.1	2.10
<i>b</i> verk. ojief	0.3	2.10
<i>c</i> bandje	0.½	2.7
<i>d</i> ojief	0.1	bov. 2.6½ ond. 2.6⅓
<i>e</i> druiplijst	0.3½	2.6
<i>f</i> ojief	0.1	2.5½
<i>g</i> mutulen	0.3	2.4½
<i>h</i> bandje (v. d. druppels)	0.½	2.3
<i>i</i> kwartrond	0.2	1.1½
<i>j</i> plat bandje	0.½	0.11½
<i>k</i> kapiteel v. d. triglijph.	0.2	0.11
b Fries		4.0 0.10
<i>a</i> ruimte bov. de kanal.	0.1½	
Het Fries wordt ingenomen door de triglijphen A en de metopen of tusschenruimten B B. De triglijphen, die juist midden boven de kolom moeten staan, hebben 1 mod. breedte en insnijdingen of kanalen, waarvan de maten op de plaat zijn aangegeven. De metopen vormen kwadraten, die versierd kunnen worden.		
c Architraaf		
<i>a</i> opperband	0.2	1.0
<i>b</i> 2 ^e of groote vlakke	0.6	0.10½
<i>c</i> 1 ^e of (kleine) vlakke	0.4	0.10

		<i>hoogte</i>	<i>sprong uit de as der kol.</i>
II. Kolom. a Kapiteel			
<i>a</i> opperband v. h. abacus	$0.1\frac{1}{2}$	$\left. \begin{array}{l} \text{bov.} \\ \text{ond.} \\ 1.0 \end{array} \right\}$	1.3
<i>b</i> ojief	0.1		$1.2\frac{3}{4}$
<i>c</i> vlakke v. h. abacus	$0.2\frac{1}{2}$		$1.1\frac{1}{2}$
<i>d</i> kwartrond	$0.2\frac{1}{2}$		1.1
<i>e</i> rond bandje	0.1		$0.11\frac{1}{2}$
<i>f</i> keelring	$0.1\frac{1}{2}$		$0.10\frac{3}{4}$
<i>g</i> keelstuk	0.4		0.10
b Schacht			
<i>a</i> astragaal	$\left. \begin{array}{l} \text{ronde band } 0.1 \\ \text{boven gordel } 0.1\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	$0.1\frac{1}{2}$	$\left. \begin{array}{l} 0.11\frac{1}{2} \\ 0.10\frac{3}{4} \end{array} \right\}$
<i>b</i> kolomschacht	$13.10\frac{1}{2}$	$\left. \begin{array}{l} 1.4 \\ \text{bov. } 0.10 \\ \text{ond. } 1.0 \end{array} \right\}$	
c Basement			
<i>a</i> ondergordel v. d. kol.	0.1	$\left. \begin{array}{l} 1.0 \end{array} \right\}$	$1.2\frac{1}{2}$
<i>b</i> ring	0.1		1.3
<i>c</i> half rond	0.4		1.5
<i>d</i> plint	0.6		1.5
III. Voetstuk. a Deklijst			
<i>a</i> dekband	$0.1\frac{1}{2}$	$\left. \begin{array}{l} 0.6 \\ 4.0 \end{array} \right\}$	1.11
<i>b</i> kwartrond	0.1		$1.10\frac{1}{2}$
<i>c</i> platte band	$0.1\frac{1}{2}$		$1.9\frac{1}{2}$
<i>d</i> druiplijst	$0.2\frac{1}{2}$		1.9
<i>e</i> oplopend ojief	$1.1\frac{1}{2}$		$\left. \begin{array}{l} \text{bov. } 1.6\frac{1}{2} \\ \text{ond. } 1.5\frac{1}{2} \end{array} \right\}$
b Teerling			
<i>c</i> Voetstuk		5.4	1.5
<i>a</i> ondergordel	$0.1\frac{1}{2}$	$\left. \begin{array}{l} 0.10 \end{array} \right\}$	1.6
<i>b</i> ronde band	0.1		$1.6\frac{1}{2}$
<i>c</i> verk. ojief	0.2		$\left. \begin{array}{l} \text{bov. } 1.7 \\ \text{ond. } 1.8\frac{1}{2} \end{array} \right\}$
<i>d</i> 2e plint	$0.2\frac{1}{2}$		1.9
<i>e</i> 1e plint	0.4		$1.9\frac{1}{2}$

De Canneluren of groeven volgens de lengte der schacht, kunnen aan alle orden (de Toskaansche uitgezonderd) worden aangebracht. Zij zijn gewoonlijk 24 in getal; die bij de Dorische orde zijn het minst diep en hebben scherpe ribben.

Constructie voor de Canneluurbogen.

Neem OC gelijk aan den diameter der kolom, en beschrijf daarop een halven cirkel; verdeel dezen in een zeker aantal gelijke deelen (hier 10) $O.1 = 1.2 = \text{enz.} = 9$. P en beschrijf daarna uit M met $MO' = MO + \frac{1}{2}(O.1)$ als straal den halven cirkel $O'5'P'$. Trek uit M en door elk der deelpunten 1, 2, 3 enz. 9 een lijn en bepaal de snijpunten $1', 2', 3'$ enz. $9'$ met den halven cirkel $O'5'P'$. Deel $O.1$ in a , 1.2 in b enz. middendoor dan is, $O'a = 1'a = 1'b = \text{enz.}$ de straal waarmede de Canneluurbogen beschreven worden.

PL. XV. JONISCHE ORDE.

	<i>hoogte</i>	<i>sprong uit de as der kol.</i>
I. Hoofdgestel. a Kroonlijst		
<i>a</i> opperband	0.1½	2.10
<i>b</i> verkeerd ojief	0.5	2.10
<i>c</i> plat bandje	0.½	2.5
<i>d</i> ojief	0.2	bov. 2.4½ ond. 2.3
<i>e</i> druiplijst	0.6	2.2½
<i>f</i> kwartrond	0.4	1.10½
<i>g</i> parelband	0.1	1.7
<i>h</i> plat bandje	0.½	1.6½
<i>i</i> tanden	0.6	1.6
<i>k</i> tandenruimte	0.1	4.9 1.2
<i>l</i> ojief	0.4	bov. 1.1½ ond. 0.15½
b Fries	1.9	0.15
c Architraaf		
<i>a</i> opperband	0.1½	1.2
<i>b</i> ojief	0.3	bov. 1.1½ ond. 0.17½
<i>c</i> 3e of groote vlakte	0.7½	1.4½ 0.17
<i>d</i> 2e of midden vlakte	0.6	0.16
1e of kleine vlakte	0.4½	0.15

	hoogte	sprong uit de as der kol.
II. Kolom. a Kapiteel		
<i>a</i> opperband	0.1	1.2
<i>b</i> ojief	0.2	1.1½
<i>c</i> platte band der vol.	0.1	1.0
(constructie der volute, zie plaat V.)	1.1	1.8
<i>d</i> vlakke	0.2	
de geh. hoogte d. vol.	0.16	
<i>e</i> eilijst	0.5	
<i>f</i> parelband	0.2	
Bij a is het plan aangegeven, waarnaar de		
ei- en parellijst kunnen worden geconstrueerd.		
p. . . g, diam. van de kolomsch. van boven	1.12	
<i>Ma'</i> , sprong uit de as der kol. van bovengord.	0.16½	
<i>Mf'</i> " " " " " " " parelb.	1.0	
<i>Me'</i> " " " " " " " eilijst	1.4	
b Schacht		18.0
<i>a</i> bovengordel	0.1	0.16½
<i>b</i> kolomschacht	15.15½	bov. 0.15
<i>c</i> ondergordel	0.1½	ond. 1.0
c Basement		1.2
<i>a</i> halfroond	0.5	1.5
<i>b</i> bandje	0.¼	1.2½
<i>c</i> tweede hol	0.2	1.1½
<i>d</i> bandje	0.¼	1.4⅓
<i>e</i> tweede ring	0.1	1.5
<i>f</i> eerste ring	0.1	1.5
<i>g</i> bandje	0.¼	1.4½
<i>h</i> eerste hol	0.2	1.4
<i>i</i> bandje	0.¼	1.6½
<i>k</i> plint	0.6	1.7

III Voetstuk. a Deklijst	<i>hoogte</i>	<i>sprong uit de as der kol.</i>
a dekband	0.4	1.17
b ojief	0.14	1.16½
c druiplijst	0.3	1.15½
d kwartrond	0.3	1.15
e ronde band	0.1	1.12
b Teerling	0.1	1.9
a bovengordel	0.1	6.0 1.8½
b teerling	4.16	1.7
c ondergordel	0.1	1.9
c Voetlijst	0.1	1.10
a ronde band	0.1	1.14
b verkeerd ojief	0.3	1.14
c platte band	0.1	1.15
d plint	0.4	

PL. XVI. CORINTHISCHE ORDE.

		<i>hoogte</i>	<i>sprong uit de as der kol.</i>
1 Hoofdgestel. a Kroonlijst			
<i>a</i> opperband	0.1	2.0	2.15
<i>b</i> verkeerd ojief	0.5		bov. 2.17 ond. 2.12
<i>c</i> platte band	0.4		2.12
<i>d</i> ojief	0.1½		2.11½ 2.10½
<i>e</i> druiplijst	0.5		2.10
<i>f</i> ojief	0.1½		2.9½ 2.8½
<i>g</i> modillon	0.6		2.8
<i>h</i> tusschenruimte	0.4		1.10
<i>i</i> kwartrond	0.4		1.9½
<i>k</i> parelband	0.1		1.7
<i>l</i> plat pandje	0.4		1.6½
<i>m</i> tanden	0.6		1.6
<i>n</i> tusschenruimten	0.4		5.0 1.2
<i>o</i> ojief	0.3		bov. 1.1½ ond. 0.17½
b Fries			
<i>a</i> parelband	0.1	1.9	0.17
<i>b</i> plat bandje	0.4		0.16
<i>c</i> fries	1.7½		0.15
c Architraaf			
<i>a</i> opperband	0.1	1.9	1.2
<i>b</i> ojief	0.4		bov. 1.1½ ond. 0.17½
<i>c</i> parelband	0.1		0.17
<i>d</i> 3 ^e of groote vlakke	0.7		0.16½
<i>e</i> ojief	0.2		bov. 0.16½ ond. 0.15¾
<i>f</i> 2 ^e of midden vlakke	0.6		0.15½
<i>g</i> parelband	0.1		0.15½
<i>h</i> 1 ^e of kleine vlakke	0.5		0.15

II Kolom. a Kapiteel	hoogte	sprong uit de as der kol.
<i>a</i> eilijst	0.2	2.6
<i>b</i> plat bandje	0.1	
<i>c</i> vlakke v. h. abacus	0.3	
<i>d</i> lip v. d. vaas	0.2	
<i>e</i> voluten	0.6	
<i>f</i> stengelbladen	0.4	
<i>g</i> omslag der gr. bladen	0.3	
<i>h</i> groote bladen	0.9	
<i>i</i> omslag der kl. bladen	0.3	
<i>k</i> kleine bladen	0.9	
b Schacht		
astragaal	<i>a</i> ronde band 0.2 <i>b</i> bovengordel 0.1	0.1 20. 0.16½
<i>c</i> kolomschacht	16.7½	16.12 bov. 0.15 ond. 1.0
<i>c</i> ondergordel	0.1½	1.2
c Basement		
<i>a</i> bovenste halfgrond	0.3	1.4
<i>b</i> bandje	0.¼	1.2½
<i>c</i> bovenste hol	0.1½	1.2
<i>d</i> bandje	0.¼	1.3½
<i>e</i> tweede ring	0.½	1.4
<i>f</i> eerste ring	0.½	1.4
<i>g</i> bandje	0.¼	1.3½
<i>h</i> onderste hol	0.1½	1.3
<i>i</i> bandje	0.¼	1.4½
<i>k</i> onderste halfgrond	0.4	1.7
<i>l</i> plint	0.6	1.7

	<i>hoogte</i>	<i>sprong uit de as der kol.</i>
III Voetstuk a Deklijst		
<i>a</i> dekband	0.4	1.15
<i>b</i> ojief	0.14	1.14 $\frac{3}{4}$
<i>c</i> druiplijst	0.3	1.13 $\frac{3}{4}$
<i>d</i> kwartrond	0.1	1.13 $\frac{1}{4}$
<i>e</i> ronde band	0.1	1.10 $\frac{1}{4}$
<i>f</i> platte band	0.1	1.9
<i>g</i> fries	0.5	1.8
b Teerling		1.7
<i>a</i> stragaal	5.10	7.0
<i>b</i> bovengordel		
<i>c</i> teerling		
<i>d</i> ondergord. v. d. teerl.		
c Voetlijst		
<i>a</i> ronde band	0.1	1.9 $\frac{3}{4}$
<i>b</i> verkeerd ojief	0.3	1.13
<i>c</i> platte band	0.1	1.13
<i>d</i> half rond	0.3	1.15
<i>e</i> plint	0.4	1.15

Bij de bladen aan het kapiteel kan óf de helft rechts (eenvoudiger), óf de helft links (meer samengesteld) voor het geheel gevolgd worden.

Wij herhalen hier, wat wij reeds op pag. 31 aanstipten, dat ook bij deze orde Canneluren kunnen worden aangebracht.

Fig. A.

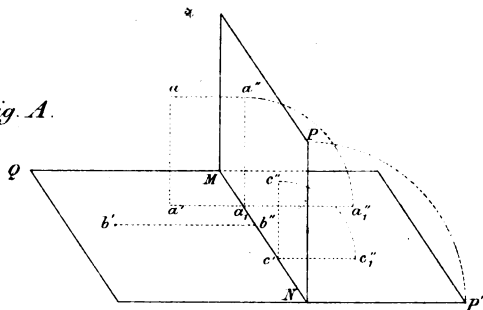


Fig. B.

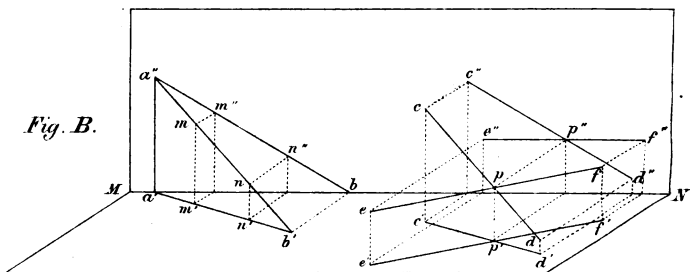


Fig. C.

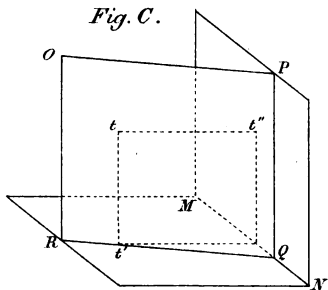


Fig. D.

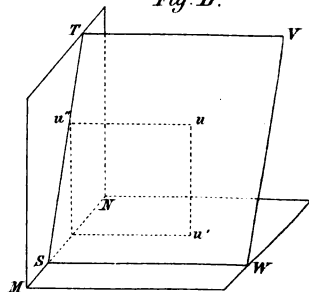
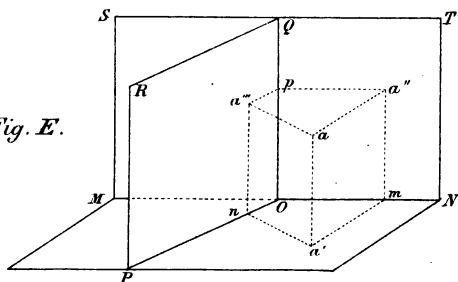


Fig. E.



INLEIDING.

1. Laten PM en QN (Fig. A) twee onderling loodrechte vlakken voorstellen; zij voorts aangenomen, dat het vlak QN horizontaal en dus het vlak PM vertikaal is. Deze bepaalde stand der bovenbedoelde vlakken wordt gewoonlijk gekozen, eensdeels om aan het voorstellingsvermogen te gemoet te komen, anderdeels omdat dientengevolge de beschrijving van hetgeen verder zal behandeld worden, beknopter kan zijn.

2. Uit eenig punt a , gelegen boven het horizontale en vóór het vertikale vlak, zij op elk dezer vlakken een loodlijn neder gelaten; is nu a' het voetpunt van de loodlijn op het horizontale en a'' het voetpunt van de loodlijn op het vertikale vlak, dan noemt men a' de *horizontale* en a'' de *vertikale* projectie van het punt a .

Laat men uit a'' de loodlijn $a''a_1$ neder op de lijn MN , dan is $a''a_1$ evenwijdig aan aa'' ; trekt men verder de lijn $a'a_1$, zoo is deze lijn loodrecht op MN en evenwijdig aan aa'' . Daar nu $\angle a'aa'' = 90^\circ$, zoo stelt de figuur $aa''a_1a'$ een rechthoek voor en aangezien in dezen $a''a_1 = aa'$ en $a'a_1 = aa''$, zoo is het duidelijk, dat $a'a_1$ gelijk is aan den afstand van het punt a tot het vertikale en dat $a''a_1$ gelijk is aan den afstand van het punt a tot het horizontale vlak. Van een punt b , dat gelegen is in het horizontale vlak, valt dus de vertikale projectie b'' en van een punt c , gelegen in het vertikale vlak, de horizontale projectie c' in de lijn MN .

3. De vlakken PM en QN worden gezamenlijk *de vlak*

ken van projectie genoemd; de lijn MN draagt den naam van *as van projectie*. De lijn aa' noemt men de *horizontaal projecteerende lijn* en de lijn aa'' de *vertikaal projecteerende lijn* van het punt a .

4. Vooronderstellen wij thans dat het vlak PM om de lijn MN als *as* zoover wordt achterovergeslagen, dat het met het vlak QN in eenzelfde plat vlak komt te liggen. Alsdan zal de lijn $a''a_1$ het verlengde worden van de lijn $a'a_1$, daar beide deze lijnen loodrecht zijn op de lijn MN , en hieruit volgt: *dat de projecties a' en a'' van een punt a gelegen zijn in een lijn, welke loodrecht is op de as van projectie*.

5. Zij cd (Fig. B) een lijn, welke naar willekeur is getrokken. Bepaalt men de projecties c', c'' en d', d'' van twee punten dezer lijn en trekt men de lijnen $c'd'$ en $c''d''$, dan zijn deze lijnen de projecties van de lijn cd en wel $c'd'$ de *horizontale*, $c''d''$ de *vertikale* projectie. Het vlak $cd d' c'$ wordt het *horizontaal* en het vlak $cd d'' c''$ het *vertikaal projecteerend vlak* van de lijn cd genoemd. Van een punt p , dat naar willekeur op de lijn cd is genomen, ligt de horizontale projectie p' natuurlijk in de lijn $c'd'$ en de vertikale projectie p'' in de lijn $c''d''$.

6. Het punt b' (Fig. B), waarin een lijn mn het horizontale vlak van projectie ontmoet, heeft tot vertikale projectie een punt van de *as van projectie* (2). Van het ontmoetingspunt a'' met het vertikale vlak van projectie ligt de horizontale projectie in de *as van projectie* MN .

7. Indien een lijn ef (Fig. B) evenwijdig is aan het horizontale vlak van projectie, liggen al hare punten even ver van dat vlak en derhalve de vertikale projecties van die punten even ver van de *as van projectie* (2); de vertikale projectie $e''f''$ van zoodanige lijn is dus evenwijdig aan de *as van projectie*.

Is een lijn evenwijdig aan het vertikale vlak van projectie, dan is hare horizontale projectie evenwijdig aan de as van projectie.

Het valt gemakkelijk om in te zien, dat in het eerste geval de horizontale en in het tweede geval de vertikale projectie de werkelijke lengte van de lijn zelve doet kennen.

Van een lijn, welke evenwijdig is aan elk der vlakken van projectie, zijn beide projecties evenwijdig aan de as van projectie.

8. Al de punten van een lijn, welke loodrecht is op het horizontale vlak van projectie, hebben klaarblijkelijk een en hetzelfde punt tot horizontale projectie, aangezien van elk dezer punten de horizontaal projecteerende lijn met de lijn zelve samenvalt en hieruit volgt verder dat de vertikale projecties van die punten gelegen zijn in een lijn, welke loodrecht is op de as van projectie. De horizontale projectie van een loodlijn op het horizontale vlak van projectie is derhalve een enkel punt, de vertikale projectie een lijn, die loodrecht is op de as van projectie; deze projectie stelt tevens de werkelijke lengte van de lijn zelve voor (7). Van een loodlijn op het vertikale vlak van projectie is de vertikale projectie een enkel punt, de horizontale projectie een lijn, welke loodrecht is op de as van projectie; deze projectie is gelijk aan de lengte van de lijn zelve (7).

9. Wanneer twee lijnen cd en ef (Fig. B) elkander in een punt p snijden, zullen de horizontale projecties $c'd'$ en $e'f'$ door het punt p' , de vertikale projecties $c''d''$, $e''f''$ door het punt p'' moeten gaan. Het kan ook gebeuren, dat $c'd'$ en $e'f'$ samenvallen; dit zal dan het geval zijn, wanneer de horizontaal projecteerende vlakken der lijnen cd en ef samenvallen. Evenzoo kan het gebeuren, dat de projecties $c''d''$ en $e''f''$ langs elkander vallen.

10. Nemen wij aan dat de lijnen mn en cd (Fig. B) aan elkander evenwijdig zijn; daar nu nn' evenwijdig is aan cc' , zoo is het vlak $mn n' m'$ evenwijdig aan het vlak $cd d' c'$ en dus $m' n'$ evenwijdig aan $c' d'$. Op overeenkomstige wijze kan men aantonen, dat de projecties $m'' n''$ en $c'' d''$ aan elkander evenwijdig zijn. Van evenwijdige lijnen zijn derhalve de gelijknamige projecties mede aan elkander evenwijdig.

11. Wanneer een vlak $OPQR$ (Fig. C) loodrecht is op het horizontale vlak van projectie, dan is de lijn van doorsnede PQ van dat vlak met het vertikale vlak van projectie, of de *vertikale doorgang* van het vlak $OPQR$, loodrecht op het vlak RMN en dus ook op de lijn MN .

De horizontaal projecteerende lijn tt' van eenig punt t van het vlak $OPQR$ is klaarblijkelijk in dat vlak gelegen en daaruit volgt, dat de horizontale projectie t' een punt van de lijn RQ , of van den *horizontalen* doorgang van dat vlak moet zijn.

Is een vlak $STVW$ (Fig. D) loodrecht op het vertikale vlak van projectie, dan is zijn horizontale doorgang SW loodrecht op de as van projectie. De vertikale projectie u'' van eenig punt u van dat vlak ligt op den vertikalen doorgang TS .

Is een vlak loodrecht op elk der beide vlakken van projectie, dan zijn zijne beide doorgangen loodrecht op de as van projectie.

12. Wanneer een vlak evenwijdig is aan het vertikale vlak van projectie, dan vervalt natuurlijk de vertikale doorgang, terwijl de horizontale doorgang evenwijdig is aan de as van projectie. Een vlak, dat evenwijdig is aan het horizontale vlak van projectie, heeft geen horizontalen doorgang, terwijl de vertikale doorgang evenwijdig is aan de as van projectie.

13. Zij $OPRQ$ (Fig. E) een nieuw vertikaal vlak van projectie, terwijl $MNTS$ het oorspronkelijke vertikale vlak van projectie voorstelt.

Laat men nu uit een punt a de loodlijn aa''' neder op het vlak OR ; trekt men $a'''n$ loodrecht op OP en vereenigt men de punten a' en n , dan is (2) $a'''n = aa'$. Slaat men het vlak $OPRQ$ om de lijn OP als as op het vlak MPN neder, dan zal $a'''n$ in het verlengde van $a'n$ komen te liggen.

14. Verplaatst men een punt zoodanig, dat zijn afstand tot het horizontale vlak van projectie niet verandert, dan zal zijn vertikale projectie een lijn beschrijven, welke evenwijdig is aan de as van projectie (2). Blijft bij de verplaatsing van een punt zijn afstand tot het vertikale vlak van projectie dezelfde, dan zal zijn horizontale projectie een lijn beschrijven, welke evenwijdig is aan de as van projectie.

15. Om het punt a (Fig. A) aan te duiden, bezigt men het teeken (a', a''). Een lijn cd stelt men voor door het teeken ($c'd', c''d''$).

PL. I.

PUNTEN, LIJNEN en VLAKKEN.

1. Teeken de projecties van een punt, dat gelegen is:
a. 3 c.M. boven het horizontale en 2 c.M. vóór het vertikale vlak van projectie;

b. in het horizontale en 2,8 c.M. vóór het vertikale vlak van projectie;

c. 2 c.M. boven het horizontale en in het vertikale vlak van projectie.

a. Trek een lijn $a' a_1 a''$ loodrecht op de as van projectie MN ; neem $a_1 a'' = 3$ c.M. en $a_1 a' = 2$ c.M., dan is (a', a'') het begeerde punt (2). *

b. Trek uit een punt b'' van de as van projectie MN een lijn loodrecht op MN en neem $b'' b' = 2,8$ c.M., dan is (b', b'') het gevraagde punt (2).

c. Trek uit een punt c' van de lijn MN een lijn $c' c''$ loodrecht op MN en maak $c' c'' = 2$ c.M., dan is (c', c'') het gezochte punt (2).

2. De projecties te teekenen van een lijn:

a. welke evenwijdig is aan het horizontale vlak van projectie;

*) De cijfers tusschen twee haakjes verwijzen naar de daarmede overeenkomende paragrafen van de inleiding.

b. welke evenwijdig is aan het vertikale vlak van projectie.

a. Trek een lijn $a' b'$ naar willekeur en een lijn $a'' b''$ evenwijdig aan de as van projectie $M N$, dan zal de lijn ($a' b'$, $a'' b''$) aan de vraag beantwoorden (7); $a' b'$ stelt de werkelijke lengte van deze lijn voor.

b. Trek een lijn $c' d'$ evenwijdig aan de as van projectie $M N$ en een lijn $c'' d''$ naar willekeur, dan is de lijn ($c' d'$, $c'' d''$) evenwijdig aan het vertikale vlak van projectie; $c'' d''$ is gelijk aan de ware lengte dezer lijn (7).

3. De projecties te teekenen van een lijn:

a. welke loodrecht is op het horizontale vlak van projectie;

b. welke loodrecht is op het vertikale vlak van projectie;

c. waarvan de stand naar willekeur is genomen. Bepaal de ontmoetingspunten van deze lijn met de beide vlakken van projectie; teeken de projecties van een punt, dat in die lijn is gelegen en de projecties van een lijn, welke de gegeven lijn snijdt.

a. Trek een lijn $a'' b''$ loodrecht op de as van projectie $M N$; neem op het verlengde van $a'' b''$ een punt a' naar willekeur, dan is (a' , $a'' b''$) de gevraagde loodlijn (8). Daar het punt (a' , a'') in het horizontale vlak van projectie ligt (2), zoo is dat punt de voet van de loodlijn; $a'' b''$ stelt de ware lengte van de loodlijn voor (7).

Wanneer een lijn loodrecht is op het horizontale vlak van projectie, zal in het algemeen slechts van het punt, dat het dichtst bij dat vlak van projectie ligt, de horizontale projectie in de teekening worden aangeduid.

b. Trek een lijn $c' d'$ loodrecht op $M N$; neem op het verlengde van $c' d'$ een punt c'' naar willekeur, dan is ($c' d'$, $c'' d''$)

de gezochte loodlijn (8). Het uiteinde (c', c'') dezer loodlijn is op den afstand $c'x$ van het vertikale vlak van projectie verwijderd; $c'd'$ doet de werkelijke lengte dezer loodlijn kennen (7).

c. Trek de lijnen $e'f'$ en $e''f''$ naar willekeur, dan voldoet de lijn ($e'f' e''f''$) aan de vraag.

Om het ontmoetingspunt van deze lijn met het horizontale vlak van projectie te bepalen, verleng men de vertikale projectie $e''f''$ totdat zij de as van projectie MN snijdt; trekt men nu uit het snijpunt u'' een lijn loodrecht op MN en bepaalt men het snijpunt u' van deze lijn met de horizontale projectie $e'f'$, dan is (u', u'') het begeerde ontmoetingspunt (6). Bepaalt men het snijpunt t' van de lijnen $e'f'$ en MN ; trekt men $t't''$ loodrecht op MN en duidt men het snijpunt van deze loodlijn met de vertikale projectie $e''f''$ door t'' aan, dan is (t', t'') het ontmoetingspunt van de lijn ef met het vertikale vlak van projectie.

Ten einde een punt van de lijn ef te vinden, trekke men een lijn loodrecht op de as van projectie. Zijn nu p' en p'' de snijpunten van deze lijn met de lijnen $e'f'$ en $e''f''$, dan is (p', p'') een punt dat aan de vraag voldoet (4 en 5).

Neemt men een punt (q', q'') in de lijn ef ; trekt men door q' een lijn $r's'$ en door q'' een lijn $r''s''$ naar willekeur, dan stelt ($r's', r''s''$) een lijn voor, welke de lijn ef in het punt q snijdt (9).

4. Teeken de doorgangen van een vlak:

a. dat loodrecht is op het horizontale vlak van projectie;

b. dat loodrecht is op het vertikale vlak van projectie;

c. dat evenwijdig is aan het vertikale vlak van projectie;

d. dat evenwijdig is aan het horizontale vlak van projectie:

en bepaal een punt in elk dezer vlakken.

a. Trek een lijn PQ loodrecht op de as van projectie MN en een lijn RQ naar willekeur; neem op RQ eenig punt t' ; trek $t't''$ loodrecht op MN en neem het punt t'' naar verkiezing op die lijn, dan is de vraag beantwoord (11).

b. Trek uit eenig punt S van de lijn MN een lijn SW loodrecht op MN en een lijn ST naar willekeur; trek uit eenig punt u'' van de lijn ST een lijn $u''u'$ loodrecht op MN , dan is (u', u'') een punt, gelegen in het vlak TSW , dat loodrecht is op het vertikale vlak van projectie (11).

c. Trek een lijn CD evenwijdig aan MN en uit eenig punt k' van CD een lijn $k'k''$ loodrecht op MN , dan is CD het gevraagde vlak, (k', k'') het gezochte punt (12).

d. Trek AB evenwijdig aan MN ; neem op AB een punt l'' naar willekeur en trek $l''l'$ loodrecht op MN ; neem op de lijn $l''l'$ het punt l' naar willekeur, dan is aan de vraag voldaan (12).

5. De vertikale projectie van een punt te bepalen, indien een nieuw vertikaal vlak van projectie wordt aangenomen.

Zij MN de oorspronkelijke, OP de nieuwe as van projectie, (a', a'') het gegeven punt. Trek $a'n a'''$ loodrecht op OP ; maak $n a''' = m a''$, dan is a''' de gezochte projectie (13). Om het punt a''' te vinden, trekke men uit O , het snijpunt der beide assen van projectie, de lijn OQ loodrecht op MN en de lijn OQ' loodrecht op OP . Trekt men nu uit het punt a' de lijn $a'p$ evenwijdig aan MN ; beschrijf men uit het punt O met Op als straal den cirkelboog pp' ; trekt men uit p' een lijn evenwijdig aan OP en bepaalt men het snijpunt van deze lijn met de lijn $a'n a'''$, dan is dit snijpunt het gezochte punt.

6. Een lijn ab is loodrecht op het horizontale vlak van projectie en wordt gesneden door een lijn ac . Men vraagt de lijn ac om de lijn ab als as te laten wentelen, totdat zij evenwijdig is aan het vertikale vlak van projectie.

Aangezien de lijn ac de lijn ab snijdt, zal de horizontale projectie a' van de lijn ab op de horizontale projectie $a'c'$ van de lijn ac moeten gelegen zijn (8, 9).

Laat men de lijn ac om de lijn ab als as draaien, dan blijft het punt c op denzelfden afstand van het horizontale vlak van projectie en derhalve zal de vertikale projectie van dat punt c zich steeds bevinden op de lijn $b''c''m$, welke door c'' evenwijdig aan de lijn MN is getrokken (14).

Nu kan men de lijn $(c', c''n)$ beschouwen als een loodlijn, welke uit het punt c op het horizontale vlak van projectie is nedergelaten, en daar ab mede loodrecht is op dat vlak, zoo zijn de lijnen cn en ab aan elkander evenwijdig. Bij de wenteling nu van de lijn ac behouden cn en ab denzelfden afstand tot elkander en hieruit volgt, dat het punt c' een cirkelboog zal beschrijven, welke een deel is van den cirkel, die het punt a' tot middelpunt en de lijn $a'c'$ tot straal heeft.

Trekt men nu $a'c'_i$ evenwijdig aan de as van projectie MN en uit c'_i de lijn $c'_ic''_i$ loodrecht op MN ; vereenigt men verder a'' met c''_i , dan stelt $(a'c'_i, a''c''_i)$ de lijn ac in den gevraagden stand voor (7).

De lijn $a''c''_i$ doet de werkelijke lengte van de lijn ac kennen (7).

7. Van een driehoek abc is de zijde ab in het vertikale vlak van projectie gelegen en tevens loodrecht op de as van projectie MN . Men vraagt dezen driehoek op het vertikale vlak van projectie neder te slaan.

Daar de zijde ab klaarblijkelijk loodrecht is op het horizontale vlak van projectie, zoo verkeert elk der lijnen ac en bc in het geval van de lijn ac (Fig. 6). Trekt men dus door het punt c'' een lijn $nc''c_i''$ evenwijdig aan MN ; beschrijft men uit het punt a' als middelpunt met den afstand $a'c'$ als straal een cirkelboog; trekt men door het snijpunt c_i' van dezen cirkelboog met de lijn MN een lijn $c_i'c_i''$ loodrecht op MN en vereenigt men het punt c_i'' , waarin de lijn nc'' door deze loodlijn gesneden wordt, met elk der punten a'' en b'' , dan stelt $a''b''c_i''$ den nedergelegenen driehoek en tevens de werkelijke gedaante van dien driehoek voor.

De constructie blijft in hoofdzaak dezelfde, wanneer de zijde ab niet in het vertikale vlak van projectie ligt, maar in eenig punt loodrecht is op het horizontale vlak van projectie.

Een driehoek abc , waarvan de zijde ab loodrecht is op het horizontale vlak van projectie, ligt in het vertikale vlak van projectie. Men vraagt de projecties van dezen driehoek te construeeren, wanneer men hem om de zijde ab als as laat draaien.

In dit geval zijn $a'c_i'$ en $a''b''c_i''$ gegeven, terwijl $a'c'$ en $a''b''c''$ moeten geconstrueerd worden. De oplossing van dit vraagstuk kan geen bezwaar opleveren.

8. Een parallelogram ($a'b'd'c'$, $a''c''$), waarvan de zijde ($a'b'$, a'') loodrecht is op het vertikale vlak van projectie, om deze zijde als as te laten wentelen, totdat zijn vlak evenwijdig wordt aan het horizontale vlak van projectie.

De horizontale projectie van het parallelogram is mede een parallelogram, daar de projecties van evenwijdige lijnen aan elkander evenwijdig zijn (10).

Om nu de vraag te beantwoorden behoeft men slechts de

projecties van de zijde ac in den gevraagden stand te teekenen, daar deze zijde met de zijde ab , welke niet van stand verandert, de geheele figuur bepaalt. Construeer derhalve $a''c'' = a''c''$ en evenwijdig aan de as van projectie MN ; trek $c'c'_i$ evenwijdig aan en $c''c'_i$ loodrecht op MN ; vereenig de punten a' en c'_i ; trek $b'd'_i$ evenwijdig aan $a'c'_i$ en $c'_id'_i$ evenwijdig aan $a'b'$, dan stellen $a'b'd'_ic'_i$ en $a''c''_i$ de projecties van het parallellogram in den aangeduiden stand voor.

De figuur $a'b'd'_ic'_i$ doet de werkelijke afmetingen van het gegeven parallellogram kennen.

9. De lengte van een lijn te vinden door verandering van vertikaal vlak van projectie.

Zij ($a'b'$, $a''b''$) de gegeven lijn. Trek uit eenig punt O van de as van projectie MN een lijn OP evenwijdig aan $a'b'$ en neem deze lijn als nieuwe as van projectie aan. Bepaal de nieuwe vertikale projecties a''' en b''' van de punten a en b trek de lijn $a'''b'''$, dan is $a'''b'''$ de lengte van de lijn ab (7)

PL. II.

PROJECTIES VAN VLAKKE FIGUREN

1. Een rechthoek ($b'c'a'd'$, $a''b''c''d''$) ligt in een vlak, dat evenwijdig is aan het vertikale vlak van projectie, en rust met het hoekpunt a op het horizontale vlak van projectie. Men vraagt de projecties van dezen rechthoek te construeeren, wanneer men hem laat wentelen om de lijn (a' , $a''s''$), welke loodrecht is op het horizontale vlak van projectie.

De zijden van den rechthoek zijn ieder in 't bijzonder evenwijdig aan het vertikale vlak van projectie (7), derhalve stelt $a''b''c''d''$ de ware gedaante van den rechthoek voor.

Laat men den rechthoek om de lijn as draaien, dan beschrijven de projecties b', c', d' cirkelbogen, terwijl de vertikale projecties b'', c'', d'' zich bewegen langs lijnen, welke door die punten en evenwijdig aan de as van projectie MN zijn getrokken (zie Pl. I Fig. 6). Bij deze wenteling ondergaat de horizontale projectie van den rechthoek geen verandering; is dus b'_o de horizontale projectie van het hoekpunt b bij een anderen stand van den rechthoek, dan kunnen de nieuwe horizontale projecties c'_o en d'_o van de hoekpunten c en d terstond bepaald worden. De hoek van om-draaiing $b'a'b'_o$ is gelijk aan 45° genomen. Alvorens nu de nieuwe vertikale projecties van de punten b, c en d te construeeren, heeft men den rechthoek over het horizontale vlak van projectie verschoven, en wel zoodanig dat de afstanden van de hoekpunten tot de beide vlakken van projectie niet zijn veranderd. Hieruit volgt, dat a', b'_o, c'_o, d'_o , even lange lijnen $a'a'_r, b'_ob'_r$, enz. beschrijven, welke evenwijdig zijn aan MN . De vertikale projecties van de hoekpunten b, c en d , welke bij het verschuiven van den veelhoek op denzelfden afstand van de lijn MN blijven, kunnen nu gemakkelijk bepaald worden; men heeft ten dien einde slechts, b. v. voor het hoekpunt b , het snijpunt te bepalen van de lijn, welke door b'' evenwijdig aan MN , met die, welke door b'_r loodrecht op MN is getrokken. Op overeenkomstige wijze bepaalt men de vertikale projectie van elk der punten c en d . Vereenigt men nu de punten $a''_r, b''_r, c''_r, d''_r$ op behoorlijke wijze, dan verkrijgt men de vertikale projectie van den rechthoek in zijn nieuwen stand.

Laat men den rechthoek nogmaals 45° in denzelfden zin draaien, dan komt zijn vlak loodrecht op het vertikale vlak van projectie. De vertikale projectie $a''_2 b''_2 d''_2 c''_2$ van den rechthoek is alsdan een rechte lijn, welke evenals de ho-

horizontale projectie $d'_1 a'_1 c'_1 b'_1$ loodrecht is op MN , en die met de vertikale projectie $a''_1 s''_1$ van de as van omdraaiing samenvalt, gelijk in Fig. 1^a is voorgesteld. Deze figuur is op overeenkomstige wijze uit Fig. 1^b als deze laatste figuur uit Fig. 1^a afgeleid.

2. Een figuur ($b'e'c'd'f'$, $a''b''e''f''d''$) is samengesteld uit twee vierhoeken, welke een zijde gemeen hebben en die te zamen den rechthoek $a''b''c''d''$ Fig. 1^a vormen. Het vlak van den eenen vierhoek is evenwijdig aan het horizontale, dat van den anderen aan het vertikale vlak van projectie. De projecties van deze figuur te construeeren, wanneer men haar laat wentelen om een lijn (a' , $a''s''$), welke loodrecht is op het horizontale vlak van projectie. Het hoekpunt (a' , a'') van den vertikalen vierhoek ligt op de as van omwenteling.

Zij het bovenste deel van de figuur evenwijdig aan het horizontale vlak van projectie; alsdan is de vertikale projectie $e''c''f''d''$ van dat deel een lijn, welke evenwijdig is aan de as van projectie MN , terwijl de horizontale projectie $e'c'd'f'$ de werkelijke gedaante van dat deel doet kennen. Van den vertikalen vierhoek is de horizontale projectie $b'e'a'f'$ een lijn, welke evenwijdig is aan MN , terwijl de vertikale projectie $a''b''e''f''$ de werkelijke gedaante van dien vierhoek aanwijst. De projecties $e'c'd'f'$ en $a''b''e''f''$ zullen dus te zamen den rechthoek $a''b''c''d''$ (Fig. 1^a) vormen. Om nu de projecties van de gegeven figuur in den eerst aangenomen stand te construeeren, beschrijve men een rechthoek $a''b''c''_0d''_0$, welke geheel overeenkomt met den rechthoek $a''b''c''d''$ Fig. 1^a. Trekt men nu $c''_0c'_0$ en $d''_0d'_0$ loodrecht op MN en een lijn $e''f''$ evenwijdig aan MN ; maakt men $c'_0c' =$

$= c'' c''$ en $d' d' = d'' d''$ en trekt men de lijnen $e' c', c' d'$ en $d' f'$, dan zijn de gezochte projecties bekend.

Bij het draaien van de figuur om de lijn as als as blijft hare horizontale projectie natuurlijk onveranderd; alleen hare vertikale projectie ondergaat een wijziging. Op hoedanige wijze nu die vertikale projectie bij een bepaalde verandering in stand van de figuur gevonden wordt, zal, na de uitvoerige beschrijving van Fig. 1, wel geen nadere toelichting behoeven. Ook hier is, gelijk uit de figuren 2^b en 2^c genoegzaam blijkt, de figuur, bij het teekenen van hare verschillende standen, een weinig over het horizontale vlak van projectie verschoven geworden.

Fig. 2^b stelt de projecties van de gegeven figuur voor, wanneer deze 45° om de lijn as is gedraaid, terwijl Fig. 2^c de projecties doet kennen, wanneer de wenteling 90° bedraagt. Alsdan is zoowel het vlak van den ondersten als van den bovensten vierhoek loodrecht op het vertikale vlak van projectie; beide vierhoeken hebben dan een rechte lijn tot vertikale projectie en deze lijnen $a'' e''$, $c'' e''$ zijn loodrecht op elkander.

3. Een regelmatige vijfhoek ($p' m' a', p'' m'' q''$) ligt in een vlak, dat evenwijdig is aan het vertikale vlak van projectie; door het hoekpunt q is een lijn ($a', a'' s''$) getrokken, welke loodrecht is op het horizontale vlak van projectie. Men vraagt de projecties van dezen vijfhoek te construeeren, wanneer men hem om de lijn as laat wentelen.

De vertikale projectie $p'' m'' q''$ van den vijfhoek stemt geheel overeen met de werkelijke gedaante van dien veelhoek; de horizontale projectie $p' m' a'$ is een lijn, welke evenwijdig is aan de as van projectie MN . De constructie van de projecties van den vijfhoek in den eerst aangenomen stand kan

derhalve geen bezwaar opleveren. Overigens zal de oplossing van dit vraagstuk, na de behandeling van figuur 1, wel niet verder behoeven aangewezen te worden. De figuren 3^b en 3^c stellen de projecties van den vijfhoek voor, wanneer zijn vlak achtereenvolgens 45° en 90° wordt gedraaid.

4. Een figuur ($p_o' p' r' a', p'' m'' q'' r''$) is samengesteld uit twee veelhoeken, welke een zijde gemeen hebben en die te zamen den regelmatigen vijfhoek van het voorgaande vraagstuk vormen. Het vlak van den eenen veelhoek is evenwijdig aan het horizontale, dat van den anderen aan het vertikale vlak van projectie. Men vraagt de projecties van deze figuur te bepalen, wanneer men haar laat wentelen om een lijn ($a', a'' s''$), welke loodrecht is op het horizontale vlak van projectie. Een der hoekpunten van den vertikalen veelhoek 'ligt op 'de as van omwenteling.

De oplossing van dit vraagstuk komt in hoofdtrekken overeen met die van het vraagstuk, waarop figuur 2 betrekking heeft, zoodat een uitvoerige bespreking daarvan overbodig wordt geacht. Alleen zij opgemerkt dat in Fig. 4^b de horizontale projectie r'_i wel op zeer weinig na, doch niet volkomen op het verlengde van de lijn $s''_i a''_i a'_i$ ligt. De afstand van r'_i tot die lijn is echter zoo klein, dat men hem in de teekening zal kunnen verwaarloozen, zonder een groote onnauwkeurigheid te begaan. De hoek van omdraaiing bedraagt wederom telkens 45° .

5. Een cirkel ($n' k' l', n'' k'' l''$) ligt in een vlak, dat evenwijdig is aan het vertikale vlak van projectie; door het middelpunt van den cirkel is een lijn ($a', a'' s''$) loodrecht op het horizontale vlak van projectie getrokken. Men vraagt de projecties van dezen cirkel

te construeeren, wanneer men hem om de lijn as laat wentelen

6. Een figuur ($n'l'o'$, $n''k''l''o''$) is samengesteld uit twee cirkelsegmenten, welke een gemeenschappelijke koorde hebben en die te zamen den cirkel van Fig. 5^a vormen. Het vlak van het eene segment is evenwijdig aan het horizontale, dat van het andere aan het vertikale vlak van projectie. De projecties van deze figuur te construeeren, wanneer men haar laat wentelen om een lijn, welke loodrecht is op het horizontale vlak van projectie. De as van omwenteling ligt in het vlak van het vertikale segment en deelt de gemeenschappelijke koorde der beide segmenten middendoor.

Daar de bewerking van de vraagstukken 5 en 1 en evenzoo die der vraagstukken 6 en 2 met elkander in hoofd-trekken overeenkomen, zullen wij bij de beschrijving van de figuren 5 en 6 niet stilstaan. De hoek van omdraaiing bedraagt wederom telkens 45° .

PL. III.

PROJECTIES VAN LICHAMEN.

1. De projecties te teekenen van een regelmatige zeshoekige piramide, welke op het horizontale vlak van projectie is geplaatst. De ribben van het grondvlak hebben een lengte van 2 c.M., terwijl de hoogte van de piramide 5 c.M. bedraagt.

Beschrijf een regelmatigen zeshoek $a'b'c'd'e'f'$, waarvan de zijden gelijk zijn aan 2 c.M.; vereenig de hoekpunten

van dien zeshoek met zijn middelpunt t' , dan is $a' b' c' d' e' f' t'$ de horizontale projectie van de piramide.

Laat uit elk der punten $a', b', \dots f'$ een loodlijn neder op de as van projectie MN , dan zijn de voetpunten $a'', b'' \dots f''$ van die loodlijnen de vertikale projecties der hoekpunten $a, b, \dots f$ (2). Trek uit t' een lijn $t' t_x$ loodrecht op MN en maak $t_x t''$ gelijk 5 c.M., dan is t'' de vertikale projectie van den top der piramide. Vereenig het punt t'' met elk der punten $a'', b'', \dots f''$, dan is $a'' b'' c'' \dots f'' t''$ de vertikale projectie der gegeven piramide.

2. De projecties te teekenen van een driehoekig prisma, waarvan een der hoekpunten van het grondvlak in het horizontale vlak van projectie is gelegen.

Teeken een driehoek $a' b' c'$ naar willekeur. Trek uit de punten a', b', c' lijnen $a' d', b' e', c' f'$, welke aan elkander gelijk en evenwijdig zijn; de lengte en de richting kunnen naar verkiezing worden genomen. Vereenig de punten d', e', f' twee aan twee, dan is $a' b' c' f' e' d'$ de horizontale projectie van een driehoekig prisma. Is nu het hoekpunt a in het horizontale vlak van projectie gelegen, dan zijn de lijnen $a' b', a' c'$ en $a' d'$ onzichtbaar; zulke lijnen worden door *stippellijnen* voorgesteld. De projecties $a' b'$ en $d' e', a' c'$ en $d' f', b' c'$ en $e' f'$ zijn klaarblijkelijk twee aan twee aan elkander evenwijdig (10).

Om nu de vertikale projectie van het prisma te verkrijgen, trekke men uit elk der punten $a', b', \dots f'$ een lijn loodrecht op de as van projectie MN ; verder neme men de vertikale projecties van b en c naar willekeur en die van het punt a in de lijn MN (2). Vereenig de punten a'', b'', c'' twee aan twee; trek uit a'' de lijn $a'' d''$ naar willekeur en uit de punten b'' en c'' lijnen evenwijdig aan $a'' d''$; bepaal de snijpunten e'' en f'' van deze lijnen, met de lijnen, welke

uit e' en f' loodrecht op MN zijn getrokken en vereenig de punten d'', e'' en f'' twee aan twee, dan is $a'' b'' c'' f'' e'' d''$ de vertikale projectie van het driehoekig prisma.

Bij nauwkeurige constructie zal men moeten bevinden, dat $a'' b''$ en $d'' e''$, enz. twee aan twee aan elkander evenwijdig zijn (10).

Een opmerkzame beschouwing van de projecties van het prisma leert, dat de vertikale projectie van slechts een der ribben, namelijk van de ribbe ab , onzichtbaar is.

3. Een prisma ($a' b' \dots h'$, $a'' b'' \dots h''$) rust met zijn grondvlak $abcd$ op het horizontale vlak van projectie; de ribbe ab van het grondvlak is loodrecht op het vertikale vlak van projectie, terwijl het bovenende van de opstaande ribbe ae in het vertikale vlak van projectie is gelegen. De projecties te teekenen van dat prisma, wanneer het om de ribbe ab als as zoo-veel wordt gewenteld, dat het zijvlak $abhe$ met het horizontale vlak van projectie samenvalt.

De ribbe ab heeft een enkel punt (a'') tot vertikale projectie (8); deze projectie ligt evenals de vertikale projecties b'' en c'' in de as van projectie MN (2); $a' b'$ is loodrecht op MN . De lengte en de richting van $a'' e''$ zijn naar willekeur genomen; de horizontale projectie e' van het punt e ligt klaarblijkelijk in de lijn MN (2). Met deze gegevens kan het teekenen van de projecties van het prisma in den eerst aangenomen stand thans niet moeilijk vallen.

Laat men nu het prisma wentelen, totdat de ribbe ae in het horizontale vlak van projectie komt te liggen, dan zal het zijvlak $abhe$ met dat vlak van projectie samenvallen en derhalve aan de vraag voldaan zijn. Bij deze wenteling beschrijft het punt e'' een cirkelboog (zie Fig. 8 Plaat I), welke den afstand $a'' e''$ tot straal heeft; de nieuwe horizontale pro-

jectie $a'e'_i$ van de ribbe ae kan dus terstond geteekend worden. Daar verder de vertikale projectie van het prisma bij het draaien van dit laatste geen verandering ondergaat, zoo kan ook de nieuwe vertikale projectie $a''c''_i \dots e''_i$ gemakkelijk in teekening worden gebracht. De punten d', c' enz. beschrijven lijnen, welke evenwijdig zijn aan MN (14). Trekt men nu uit het punt d'_i een lijn loodrecht op MN en bepaalt men het snijpunt d'_i van deze lijn met de lijn, die door het punt d' evenwijdig aan MN is getrokken, dan is d'_i de nieuwe horizontale projectie van het punt d . Op overeenkomstige wijze erlangt men de nieuwe horizontale projectie van elk der overige punten e, f, g, h en, door deze behoorlijk met elkander te vereenigen, de horizontale projectie van het prisma, wanneer het op het horizontale vlak van projectie is nedergelegd.

De bijzondere vorm van het lichaam maakt, dat het niet noodig is om al de punten $d'_i, e'_i, \dots h'_i$ te bepalen. Kent men de plaats van de punten d' en e' , dan heeft men klaarblijkelijk voldoende gegevens om de horizontale projectie van het prisma te kunnen teekenen.

4. Van een vierhoekige piramide ($a'b'c'd't', a''b''c''d''t''$), welke op het horizontale vlak van projectie staat, is de ribbe cd loodrecht op het vertikale vlak van projectie. Men vraagt de projecties van dit lichaam te construeeren, wanneer het om de ribbe cd gewenteld wordt, totdat het zijvlak cdt met het horizontale vlak van projectie samenvalt.

De vertikale projectie van de piramide blijft bij het draaien onveranderd en daar de vertikale projectie van den top in de as van projectie MN komt te liggen, kan de nieuwe vertikale projectie $a''_i b''_i c''_i t''_i$ van de piramide terstond geteekend worden. Trekt men nu door elk der punten a, b, t'

een lijn evenwijdig aan en door elk der punten a_i', b_i'', t_i'' een lijn loodrecht op MN en bepaalt men de snijpunten a_i', b_i', t_i' van deze lijnen twee aan twee in dezelfde volgorde genomen, dan heeft men nog slechts het punt t_i' met elk der punten a_i', b_i', c' en d' te vereenigen en de lijnen $c'a_i', a'b_i', b_i'd'$ te trekken, om de nieuwe horizontale projectie $a_i' b_i' d' c' t_i'$ van de piramide te verkrijgen.

De horizontale projecties van de ribben ct en dt , welke eerst zichtbaar waren, zijn thans onzichtbaar, terwijl de ribbe ab , welke eerst onzichtbaar was, thans zichtbaar is en in de horizontale projectie door een volle lijn moet worden aangeduid.

5. Een regelmatige vijfhoekige piramide ($a'b'c'd'e't'$, $a''b''c''d''e''t''$) staat op het horizontale vlak van projectie. Men vraagt de projecties van dit lichaam te construeeren, wanneer het om de ribbe ae als as op het horizontale vlak van projectie wordt nedergelegd.

Trek een lijn MR loodrecht op $a'e'$ en neem deze lijn als nieuwe as van projectie aan. Bepaal de nieuwe vertikale projectie $a'''b''' \dots t'''$ van de piramide (zie Fig. 5 Plaat I). Construeer de projectie $a_i''' b_i''' c_i''' \dots t_i'''$ van de piramide, wanneer deze op het horizontale vlak van projectie is nedergelegd (zie Fig. 4 Plaat III), en met behulp daarvan de horizontale projectie $a' b' c' d' e' t'$. Om nu de vertikale projectie van het punt d te construeeren, trekke men de lijn MP loodrecht op MN , de lijn MQ loodrecht op MR en de lijn $d_i''' p$ evenwijdig aan MR ; verder beschrijve men uit M als middelpunt met Mp als straal den cirkelboog pq . Trekt men nu de lijn $q d_i''$ evenwijdig aan en $d_i' d_i'$ loodrecht op MN , dan is het snijpunt d_i'' van deze lijnen de vertikale projectie van het punt d , wanneer de piramide met het zijvlak aet op het horizontale vlak van projectie rust. Op overeenkomstige

wijze verkrijgt men de vertikale projectie van elk der punten b , c , t en, wanneer men de punten a'' , b'' , c'' , d'' , e'' en t'' , twee aan twee vereenigt, de vertikale projectie van de piramide in den aangegeven stand. De punten b' en d' zijn gelegen in een lijn, welke evenwijdig is aan de lijn $a'e'$, en die derhalve loodrecht is op het nieuwe vertikale vlak van projectie; na de wenteling van de piramide projecteeren zij zich beide in het punt $b''d''$, waaruit blijkt, dat de punten b en d even hoog boven het horizontale vlak van projectie zijn gelegen. De punten b'' en d'' liggen dus even ver van de lijn MN (2).

PL. IV.

PROJECTIES VAN LICHAMEN.

Op het horizontale vlak van projectie ligt een balk, welke de gedaante heeft van een rechthoekig parallelopipedum. Op dezen balk rust een zuil, waarvan het voetstuk mede den vorm van een rechthoekig parallelopipedum heeft, terwijl het boven-deel een regelmatig achthoekig prisma is, waarvan vier der opstaande zijvlakken met de opstaande zijvlakken van het voetstuk samenvallen. De bovenste hoeken van den voet der zuil zijn afgestompt door vlakken, welke de vier overige opstaande zijvlakken van het prismatisch bovendeel volgens de ribben van zijn grondvlak snijden. Een der ribben van het grondvlak der zuil ligt in het horizontale vlak van projectie en is evenwijdig aan de lengte-as van den balk. Men vraagt de projecties van den balk en van de zuil te construeeren, wanneer de ligging van

beide lichamen met betrekking tot het vertikale vlak van projectie naar willekeur is genomen.

Om dit vraagstuk op te lossen construeere men:

- 1°. de projecties van de zuil, wanneer deze op het horizontale vlak van projectie staat en een harer zijvlakken evenwijdig is aan het vertikale vlak van projectie (zie Fig. 1), alsmede de projecties van den balk, liggende op het horizontale vlak van projectie en met zijn lengte-as loodrecht op het vertikale vlak van projectie.
- 2°. de projecties van den balk in den eersten stand en de projecties van de zuil, wanneer zij om de ribbe van haar grondvlak, welke het dichtst bij den balk ligt, zoover is gekanteld, dat zij op den balk steunt (zie Fig. 2).
- 3°. de projecties van de zuil en van den balk, wanneer men beide lichamen een weinig heeft laten draaien om een lijn, welke loodrecht is op het horizontale vlak van projectie (zie Fig. 3).

1. De horizontale projectie van de zuil in haar eersten stand is een vierkant $a' b' d' c'$, waarin een regelmatige achthoek $m' n' o' p' q' r' s' t'$ is beschreven. De vertikale projectie wordt gemakkelijk uit de horizontale afgeleid; de hoogte $a'' m''$ van de zuil, de hoogte $k'' m''$ van het prismatisch bovendeele en de lijnen van doorsnede $f'' l''$, $g'' u''$, enz. van de zijvlakken van het voetstuk met de vlakken, waardoor de bovenhoeken van het voetstuk zijn afgestompt, kunnen naar willekeur genomen worden. De projecties van den balk worden door $1' 2' 3' 4'$ en $1'' 2'' 6'' 5''$ aangewezen; zij zijn beide rechthoeken.

Zij nu ($a' c'$, $a'' c''$) de ribbe van het grondvlak der zuil, om welke deze laatste gekanteld wordt. Trek dan een lijn $a'' z$ door de punten a'' en $6''$, een lijn $a'' b_0''$ loodrecht op $a'' z$ en maak $a'' b_0'' = a'' b''$, $a'' x_0'' = a'' x''$, $a'' y_0'' = a'' y''$.

2. Trek uit eenig punt a_i'' van de lijn MN een lijn $a_i''m_i''$ evenwijdig aan $a''z$ en een lijn $a_i''b_i''$ evenwijdig aan $a''b_0''$ en bepaal de snijpunten b_i'', x_i'', y_i'' van de lijn $a''b_i''$ met lijnen, welke uit de punten b_0'', x_0'', y_0'' evenwijdig aan de as van projectie MN zijn getrokken. De verticale projectie van de zuil, die bij het kantelen van deze laatste klaarblijkelijk geen verandering ondergaat, kan nu gemakkelijk voltooid worden.

Om de projecties van den balk in zijn tweeden stand te construeeren, neme men $1' 1'_1 = 2' 2'_1 = \text{enz.} = 8' 8'_1 = b_0'' b'_1$ en vereenige men de punten $1'_1, 2'_1$ enz.

Bij het kantelen van de zuil bewegen de punten b', m' , enz. zich langs lijnen, welke evenwijdig zijn aan MN (14). Bepaalt men nu het snijpunt b'_1 van de lijn, welke door b' evenwijdig aan MN met de lijn, welke door b'_1 loodrecht op MN is getrokken, dan stelt dit punt b'_1 de horizontale projectie van het hoekpunt b der zuil voor, wanneer deze in haar tweeden stand is gebracht. Op overeenkomstige wijze construeert men de horizontale projectie van elk der overige punten d, e, f , enz. en met behulp van deze de horizontale projectie van de zuil.

3. Laat men thans de beide lichamen draaien om de lijn ($A_i' A'' B''$), welke loodrecht is op het horizontale vlak van projectie, dan blijft de horizontale projectie van beide onveranderd. Om nu de projecties der lichamen in den stand, dien zij ten slotte moeten verkrijgen, gemakkelijk te kunnen construeeren, trekke men een lijn $A' D$ evenwijdig aan MN en een lijn $A' C$, welke den stand van de lijn $A' D$ na de om-draaiing aanwijst. Bepalen wij ons verder tot het punt v . Maak $A' w_0 = A' w$; trek $w_0 v'_3$ loodrecht op $A' C$ en maak $w_0 v'_3 = w v'_1$, dan is v'_3 de horizontale projectie van het punt v na de omdraaiing. Verschuift men nu beide lichamen, nadat zij gedraaid zijn, over het horizontale vlak van projectie langs

de lijn $A' A'_1$, dan heeft men nog slechts uit v'_3 een lijn $v'_3 v'_1$ te trekken, welke evenwijdig is aan $A' A'_1$ en $v'_3 v'_1 = A' A'_1$ te nemen. Trekt men nu uit v'_2 een lijn loodrecht op $M N$ en uit v'_1 een lijn evenwijdig aan $M N$, dan is het snijpunt v'_2 van deze lijnen de vertikale projectie van het punt v .

Bij de constructie van de verschillende projecties zal men wederom met veel vrucht kunnen gebruik maken van de waarheid, dat de projecties van evenwijdige lijnen mede aan elkander evenwijdig zijn (10).

PL. V.

PROJECTIES VAN LICHAMEN.

Een rechthoekig parallelopipedum met vierkant grondvlak heeft een opening van zoodanigen vorm, dat deze geheel wordt aangevuld dooreen regelmatig zeshoekig prisma, waarvande opstaander ribben evenwijdig zijn aan die van het parallelopipedum; de as van het prisma gaat door het middelpunt van het grondvlak van het parallelopipedum. Het doorboorde parallelopipedum rust met een zijner hoekpunten op het horizontale vlak van projectie en steunt verder op een balk, welke op het horizontale vlak van projectie ligt en die mede de gedaante heeft van een rechthoekig parallelopipedum. Men vraagt de projecties van de beide lichamen te construeeren, wanneer hunne ligging met betrekking tot het vertikale vlak van projectie naar willekeur is genomen.

In hoofdtrekken komt de bewerking van dit vraagstuk overeen met die van het vraagstuk, waarop plaat IV betrekking heeft, zoodat enkele aanwijzingen zullen voldoende zijn.

In Fig. 1 stellen $a' b' c' d'$ en $a'' c'' g'' e''$ de projecties van het doorboorde parallelipedum, $1' 2' 3' 4'$ en $1'' 2'' 6'' 5''$ die van den balk voor.

De lijn ($A' B', A''$), welke door het hoekpunt c loodrecht op het vertikale vlak van projectie is getrokken, doet de lijn kennen om welke het parallelipedum moet draaien, ten einde in den stand te komen, waarbij het op den balk steunt.

De afleiding van figuur 2 uit figuur 1 blijkt genoegzaam uit de teekening.

De lijn ($c'_i, c''_i D$), welke door het hoekpunt c loodrecht op het horizontale vlak van projectie is getrokken, wijst de as. aan om welke de lichamen moeten gedraaid worden, opdat zij den begeerden stand met betrekking tot het vertikale vlak van projectie zullen erlangen. Wijst nu $c'_i E$ de richting van de lijn $c'_i d'_i$ na de wenteling aan en is $c'_i c'_i$ de lijn langs welke de lichamen na de omdraaiing over het horizontale vlak van projectie verschoven worden, dan heeft men de noodige gegevens, om de begeerde projecties, welke in figuur 3 zijn voorgesteld, te kunnen construeeren.

PL. VI.

PROJECTIES VAN LICHAMEN.

Twee vierkante balken zijn met elkander tot een rechthoekig kruis verbonden. Midden op dit kruis en loodrecht daarop is een even dikke vierkante balk geplaatst, welke aan de vier zijden door rechthoekige balkjes of schoren wordt gesteund; de onder-einden der schoren rusten op de armen van het kruis. Dit balkverband staat op het horizontale

vlak van projectie en is zoodanig geplaatst, dat de armen van het kruis hoeken van 45° maken met de as van projectie. Men vraagt de projecties van het balkverband te construeeren, wanneer het op het horizontale vlak van projectie wordt nedergelegd, zoodanig dat het met de punten i, j en z (zie Fig. 1) op dat vlak steunt.

De constructie van de horizontale projectie van het kruis en van den loodrecht daarop geplaatsten balk in den eersten stand levert geene moeielijkheid op. Zij nu $q' s' w' v'$ de horizontale projectie van een der schoren en $q' r' t' s'$ de horizontale projectie van de doorsnede van den schoor met het bovenvlak van den balk $m h$. Om nu de vertikale projectie van de doorsnede van den schoor met het zijvlak van den balk $o z$ te construeeren, zullen wij het balkverband een weinig zijwaarts over het horizontale vlak van projectie verplaatsen en te gelijk zooveel om een vertikale as laten draaien, dat de arm $f o$ van het kruis evenwijdig wordt aan het vertikale vlak van projectie. Vereenigt men nu het punt q'' met eenig punt v' van de lijn $o'' p''$; trekt men uit r'' een lijn $r'' x''$ evenwijdig aan $q'' v''$ en uit elk der punten v'', x'' een lijn evenwijdig aan de as van projectie $M N$, dan zullen deze lijnen met de lijnen, welke uit v' en x' loodrecht op de lijn $M N$ zijn getrokken, de vertikale projectie $x'' y'' v'' w''$ van de bedoelde doorsnede bepalen.

Om nu de projecties van het balkverband te construeeren, wanneer het op de punten i, j en z rust, trekke men een lijn door de punten i'' en z'' ; zij P het snijpunt van deze lijn met de lijn $M N$. Trekt men nu uit P de lijn $P Q$ loodrecht op $M N$, dan zijn $P Q$ en $P z''$ de doorgangen van een vlak, dat loodrecht is op het vertikale vlak van projectie en waarin de punten i, j en z zijn gelegen (11). Laat

men nu dit vlak om de lijn PQ als as draaien, totdat het met het horizontale vlak van projectie samenvalt, dan zullen de punten i, j en z in dat projectievlak gelegen zijn. Neemt men nu aan dat het balkverband gedurende het draaien in de punten i, j en z met het vlak QPz'' in aanraking blijft, dan zal, wanneer het vlak met het horizontale vlak van projectie samenvalt, het balkverband den aangegeven stand hebben.

Bij het draaien om de lijn QP ondergaat de vertikale projectie geen verandering. Volgen wij nu verder slechts voor een enkel punt, namelijk het punt m , de constructie om tot zijne projecties te geraken. Trek $m''1$ loodrecht op Pz'' ; beschrijf uit P als middelpunt met $P1$ als straal den cirkelboog $1.1'$; trek uit het snijpunt $1'$ van dezen cirkelboog met de lijn MN een lijn $1'm'_1$ loodrecht op MN en neem $1'm''_2 = 1m''$, dan zou m''_2 de vertikale projectie van het punt m zijn, wanneer niet het balkverband na de om-draaiing een afstand $i'_2i'_1$ over het horizontale vlak van projectie ware verschoven geworden; diensengevolge moet men, om de vertikale projectie van het punt m te verkrijgen, nog uit m''_2 een lijn $m''_2m''_1$ evenwijdig aan de lijn MN trekken en $m''_2m''_1 = i'_2i'_1$ nemen, dan is m''_1 het gevraagde punt. Om de horizontale projectie van het punt m te construeeren, trekke men uit m''_1 een lijn loodrecht op MN en uit m' een lijn evenwijdig aan MN ; het snijpunt m'_1 dezer lijnen is de gevraagde projectie.

PL. VII.

PROJECTIES VAN REGELMATIGÉ LICHAMEN.

1. De projecties te construeeren van een regelma-

tig viervlak, dat met een zijner hoekpunten op het horizontale vlak van projectie rust.

Teeken de projecties $a' b' c' t'$ en $a'' b'' c'' t''$ van het viervlak, terwijl het met een zijner zijvlakken, b.v. $a b c$, op het horizontale vlak van projectie staat; de horizontale projectie is alsdan een regelmatige driehoek $a' b' c'$ en het middelpunt t' van den omgeschreven cirkel is de horizontale projectie van den top; $a' t'$, $b' t'$, $c' t'$ zijn dus de horizontale projecties van de opstaande ribben. De projecties a'' , b'' , c'' liggen natuurlijk in de as van projectie $M N$ (2). Om de hoogte van t'' boven $M N$ te vinden, beschrijve men een driehoek $tt'c'$, welke rechthoekig is in t' en waarin $c' t' = a' c'$ is, dan is $t t'$ de gevraagde hoogte. Laat men nu het viervlak draaien om een lijn, welke in het horizontale vlak van projectie ligt en die het hoekpunt bevat, waarop het viervlak moet rusten, doch die met geen der zijden van $a' b' c'$ samenvalt, dan zal men, ter beantwoording van de vraag, slechts de projecties na de omdraaiing behoeven te construeeren. Zij nu b het bovenbedoelde hoekpunt; trek dan een lijn $Q T$ loodrecht op de as van omdraaiing en beschouw $Q T$ als nieuwe as van projectie. Teeken de nieuwe vertikale projectie $a''_0 b''_0 c''_0 t''_0$ en zij $a''_1 b''_1 c''_1 t''_1$ de nieuwe vertikale projectie van het viervlak na de omdraaiing. Bepaal de horizontale projecties a'_1 , c'_1 , t'_1 , welke bij de vertikale projecties a''_1 , c''_1 en t''_1 behooren. Trek $a'_1 a'_2$, $b' b'_2$, enz. evenwijdig aan $M N$; neem $a'_1 a'_2 = b' b'_2 =$ enz. doch overigens naar willekeur en bepaal de plaats van de projecties a''_2 , b''_2 , enz. met behulp van de punten a'_2 , b'_2 , enz. en van de projectie $a''_1 b''_1 c''_1 t''_1$, dan stellen $a'_1 b'_1 c'_1 t'_1$ en $a''_2 b''_2 c''_2 t''_2$ de projecties van het viervlak in den aangegeven stand voor.

De lijn $O Q$ is loodrecht op $M N$; de lijn $Q R$ evenwijdig aan $M N$ en de lijn $Q S$ loodrecht op $Q T$.

2. Van een regelmatig zesvlak valt een der zijvlakken

samen met het horizontale vlak van projectie. Men vraagt de projecties van dit lichaam te construeeren, wanneer slechts een zijner hoekpunten in het horizontale vlak van projectie is gelegen.

De horizontale projectie $a'b'c'd'$ van het regelmatig zesvlak in zijn eersten stand is een vierkant. De hoekpunten a, b, c, d van het grondvlak van den kubus, hebben hunne vertikale projectie natuurlijk in de as van projectie MN ; de hoekpunten van het bovenvlak $efgh$ projecteeren zich op het vertikale vlak van projectie in een lijn $e''g''$, welke evenwijdig is aan MN ; de afstand van de lijn $e''g''$ tot de lijn MN is gelijk aan $a'b'$, dat is, gelijk aan de lengte van de ribben van den kubus.

Wordt nu de kubus een weinig gedraaid om een lijn pq , welke het hoekpunt a bevat en die b.v. loodrecht is op het vlak, dat door de ribben ae en cg kan gebracht worden, dan blijft alleen het punt a in het horizontale vlak van projectie, zoodat het lichaam alsdan den verlangden stand heeft. Om nu de projecties van den kubus na de omdraaiing te verkrijgen, is het voldoende de projecties te bepalen van de drie ribben, welke in het hoekpunt a samenkomen. In plaats van nu een nieuw vertikaal vlak van projectie aan te nemen, zullen wij het zesvlak om de ribbe ae laten wentelen totdat het diagonaalvlak $aegc$ evenwijdig wordt aan het vertikale vlak van projectie en dus de lijn pq daarop loodrecht is. De punten b' en d' komen daarbij in b'_0 en d'_0 , terwijl b''_0 en d''_0 zullen samenvallen. Draait nu de kubus, b.v. 45° , om de lijn pq als as, dan verkrijgt men de horizontale projecties b'_1, d'_1, e'_1 , en de vertikale projecties b''_1, d''_1, e''_1 ; de punten b''_1 en d''_1 vallen natuurlijk weder samen. Laat men thans den kubus wentelen om een lijn, welke in het punt a' loodrecht is op het horizontale vlak van projectie, en wel evenveel rechts

als hij zoo even om de ribbe ae links is gewenteld, dan heffen deze twee omdraaiingen elkander op en alleen die om de lijn pq blijft over. De punten b, d, e zullen zich alsdan op het horizontale vlak van projectie in de punten b'_1, d'_1, e'_1 , en op het vertikale in de punten b''_1, d''_1, e''_1 projecteeren. Trekt men nu uit elk dezer punten en uit de punten a' en a'' een lijn evenwijdig aan MN ; neemt men $a'a'_3 = b'_1b'_3 = \text{enz.} = a''a''_3 = b''_1b''_3 = \text{enz.}$ doch overigens naar willekeur; trekt men uit e'_1 een lijn $e'_3f'_3$ evenwijdig aan $a'_3b'_3$ en een lijn $e'_3h'_3$ evenwijdig aan $a'_3d'_3$; verder uit de punten b'_3 en d'_3 lijnen evenwijdig aan $a'_3e'_3$, dan verkrijgt men de punten f'_3 en h'_3 . Trekt men nu nog uit de punten f'_3 en b'_3 lijnen evenwijdig aan $a'_3d'_3$ en uit elk der punten h'_3 en d'_3 een lijn evenwijdig aan $a'_3b'_3$, dan erlangt men de punten c'_3 en g'_3 . Vereenigt men nu deze laatste punten, dan is de horizontale projectie van den kubus voltooid. Op overeenkomstige wijze construeert men de vertikale projectie $a''_3b''_3 \dots h''_3$. De nauwkeurigheid van de constructie zal daaruit blijken, dat b.v. de punten g'_3 en g''_3 gelegen zijn in een lijn, welke loodrecht is op MN (2).

3. Een regelmatig achthoek rust met een zijner hoekpunten op het horizontale vlak van projectie, terwijl de diagonaal, welke op dat hoekpunt uitloopt, loodrecht is op dat vlak. De projecties van het achthoek te construeeren, wanneer men het een weinig heeft laten draaien om een lijn, welke door het snijpunt der diagonalen evenwijdig aan de as van projectie is getrokken.

De horizontale projectie van het regelmatig achthoek in den eerst aangenomen stand is een vierkant $a'b'c'd'$ met zijne diagonalen $a'c'$ en $b'd'$. De vertikale projectie kan gemakkelijk uit de horizontale worden afgeleid, wanneer men in aanmerking neemt, dat $e''f''$ gelijk is aan $a'c'$ (8).

Om nu de projecties van het achthvlak in den aangegeven stand te verkrijgen, neme men een nieuw vertikaal vlak van projectie aan, dat loodrecht is op de as van projectie MN en waarvan dus de doorgangen PM en MR beide loodrecht zijn op MN (11). Dit vlak worde om de lijn MP op het vertikale vlak van projectie nedergeslagen. Men construeere nu de nieuwe vertikale projectie $e''b''f''d''$ en late deze figuur om het snijpunt m van de lijnen $b''d''$ en $e''f''$ draaien, dan stellen $a'', b'', \dots f''$ de nieuwe vertikale projecties van de punten $a, b, \dots f$ na de omdraaiing voor.

Trekt men nu even lange lijnen $a''a'', b''b'', \dots f''f''$ evenwijdig aan MN en vereenigt men de punten $a'', b'', \dots f''$ op behoorlijke wijze, dan verkrijgt men de gevraagde vertikale projectie van het achthvlak.

Van eenig punt, b.v. d , kent men nu de vertikale projectie en zijn afstand $d'n$ tot het vertikale vlak van projectie, derhalve kan zijn horizontale projectie d_1 (2) en dus ook de horizontale projectie van het achthvlak terstond bepaald worden.

PL. VIII.

PROJECTIES VAN REGELMATIGE LICHAMEN.

1. Van een regelmatig twaalfvlak ($a'b' \dots u', a''b'' \dots u''$) is het zijvlak $abcde$ evenwijdig aan het horizontale vlak van projectie en de ribbe ab van dat zijvlak evenwijdig aan het vertikale vlak van projectie. De projecties van dit lichaam te construeeren, indien men het een weinig heeft laten wentelen om de ribbe qr van het diametraal tegenovergelegen zijvlak, welke evenwijdig is aan ab .

De horizontale projectie $a'b'c'd'e'$ van het zijvlak $abcde$ is een regelmatige vijfhoek, waarvan de zijden de ware grootte van de ribben van het twaalfvlak aanwijzen (7). Deel de hoeken van dien vijfhoek midden door en laten $a'g'$, $b'h'$, enz. het verlengde dezer deellijnen voorstellen, dan zullen $a'g'$, $b'h'$, enz. de richting aanwijzen van de horizontale projecties der ribben, volgens welke de zijvlakken $ae fmg$, $ab hng$, enz. aan elkander sluiten. Om de lengte van deze projecties, b.v. van $e'f'$, te vinden, heeft men slechts het snijpunt f'' te bepalen van $e'f'$ met een lijn $a'x$, welke uit a' loodrecht op $d'e'$ is getrokken. Daar nu $a'g' = b'h' = \text{enz.} = e'f'$ is, zoo verkrijgt men terstond de horizontale projecties van de hoekpunten g, h, i, k en f . Het zijvlak $qrst u$ is evenwijdig aan het zijvlak $abcde$ en derhalve zal zijn horizontale projectie $q'r's't'u'$ geheel met $a'b'c'd'e'$ moeten overeenkomen. De ribben pq, rl , enz. zijn met betrekking tot het zijvlak $qrst u$ eveneens geplaatst, als de ribben ef, ag , enz. met betrekking tot het zijvlak $abcde$, derhalve is $p'q' = r'l' = \text{enz.} = a'g'$. De horizontale projecties van de ribben $fm, mg, gn, \dots, lf$ zijn aan elkander gelijk en hieruit, in verband met het voorafgaande, kan men gemakkelijk afleiden, dat de punten m', g', n', h' , enz. f' op den omtrek van een cirkel zijn gelegen en dat zulks mede het geval is met de punten $a', t', b', u', \dots, s'$.

Alvorens nu de vertikale projectie te construeeren, zullen wij een nieuw vertikaal vlak van projectie aannemen, dat loodrecht is op de ribbe qr om welke het twaalfvlak naderhand een weinig moet gedraaid worden. Nu is qr evenwijdig aan MN en derhalve de horizontale doorgang NR van het nieuwe vlak van projectie loodrecht op MN (11). Construeer nu de nieuwe vertikale projectie $a''b'' \dots u''$, daarbij in aanmerking nemende dat $o''n'' = k''r'' = d'y, n''t'' =$

$= d'' k'' = a' b'$ is, en dat de punten f'', g'', h'', i'', k'' , alsmede de punten l'', m'', n'', o'', p'' gelegen zijn in lijnen, welke evenwijdig zijn aan NR . Met behulp van de projecties $a'' b'' \dots u''$ en $a' b' \dots u'$ kan nu terstond de projectie van het twaalfvlak op het oorspronkelijke verticale vlak van projectie in teekening worden gebracht.

Draait nu het twaalfvlak om de lijn qr , dan bewegen de punten a'', b'' , enz. zich langs cirkelbogen $a'' a''_1, b'' b''_1$, welke uit het punt q'' als middelpunt zijn beschreven, terwijl de punten a', b' , enz. lijnen beschrijven, welke evenwijdig zijn aan NR . De verdere constructie, om de projecties $a'_1 b'_1 \dots u'_1$ en $a''_1 b''_1 \dots u''_1$ van het twaalfvlak na de omdraaiing te verkrijgen, zal wel geen nadere toelichting behoeven.

De projectie $a'' b'' \dots u''$ is niet noodig voor de beantwoording van de vraag, doch is alleen volledigheidshalve geconstrueerd.

2. Van een regelmatig twintigvlak ($a' b' \dots m', a'' b'' \dots m''$) is de diagonaal am loodrecht op het horizontale vlak van projectie. Men vraagt de projecties van dit lichaam te construeeren, wanneer men het een weinig laat draaien om een lijn, welke het punt a bevat en die evenwijdig is aan de as van projectie.

De vijf ribben $ab, ac, \dots, af$, welke in het hoekpunt a samenkomen, vormen met de diagonaal am even groote hoeken en derhalve zijn de punten $b, c, \dots, f$ gelegen in een vlak, dat evenwijdig is aan het horizontale vlak van projectie; de ribben $bc, cd, \dots, fb$ projecteeren zich dus in hare ware grootte op het horizontale vlak van projectie (7). Hetzelfde geldt van de ribben $gh, hi, \dots, lg$, welke de uiteinden van de ribben $mg, mh, \dots, ml$ vereenigen, die in het hoekpunt m samenkomen. Met behulp van deze gegevens kan nu de horizontale projectie van het twintigvlak gemakkelijk geconstrueerd worden.

Evenals in het voorgaande vraagstuk zullen wij óók thans een nieuw vertikaal vlak van projectie aannemen, dat loodrecht is op de as van omdraaiing; dit vlak is klaarblijkelijk loodrecht op MN en derhalve zijn zijne doorgangen MR en MP mede loodrecht op MN . Men construeere nu de nieuwe vertikale projectie $a''b'' \dots m''$, waarin $a''f'' = m''i'' = b'c'$ en $f''g'' = g''m'' = i''c'' = a''c''$ is en met behulp daarvan de projecties $a'_1b'_1 \dots m'_1$, $a'_2b'_2 \dots m'_2$ en $a'_3b'_3 \dots m'_3$ van het twintigvlak na zijn wenteling.

PL. IX.

DOORSNEDEN VAN LICHAMEN MET PLATTE VLAKKEN.

1 en 2. Een rechthoekig vijfhoekig prisma staat op het horizontale vlak van projectie. De doorsnede te construeeren van dit prisma met een vlak, dat loodrecht is op het vertikale vlak van projectie en het oppervlak van het afgeknotte prisma te ontwikkelen.

1. Laten $a'b' \dots e'$, $a''d''h''f''$ de projecties van het prisma, QO en OP de doorgangen van het vlak aanwijzen; OQ is dus loodrecht op de as van projectie MN (11). De vertikale projectie van het punt, waarin het vlak door de ribbe af gesneden wordt, moet eensdeels op de lijn OP , anderdeels op de lijn $a''f''$ gelegen zijn en is dus het snijpunt $1''$ van die twee lijnen. Laat men nu het vlak QOP om de lijn OQ draaien, dan beschrijft het punt $1''$ een cirkelboog $1''1'$ en het punt $1'$ een lijn, welke evenwijdig is aan de as van projectie MN (14); de cirkelboog moet uit het punt O beschreven

worden. Trekt men nu uit het snijpunt $1''$ van dien cirkelboog met MN een lijn loodrecht op MN en door het punt $1'$ een lijn evenwijdig aan MN , dan stelt het snijpunt 1 , dezer lijnen het hoekpunt 1 van de doorsnede $1\ 2\ \dots\ 5$ voor, wanneer deze laatste met het vlak QOP op het horizontale vlak van projectie is nedergelegd. Construeert men nu op overeenkomstige wijze de punten 2 , 3 , 4 , en 5 , en vereenigt men deze punten naar behooren, dan stelt $1\ 2\ \dots\ 5$, de ware gedaante van de doorsnede voor.

2. Om nu het oppervlak van het afgeknotte prisma $ab\ \dots\ e\ 1\ 2\ \dots\ 5$ te ontwikkelen, construeere men een veelhoek $a'_0b'_0\ \dots\ e'_0$, welke geheel overeenkomt met den vijfhoek $a'b'\ \dots\ e'$ (Fig. 1), en verlengde de zijde $b'_0c'_0$ naar beide zijden. Maakt men nu $c'_0d'_1 = c'_0d'_0$, $d'_1e'_1 = d'_0e'_0$, $b'_0a'_1 = b'_0a'_0$ en $a'_1e'_1 = a'_0e'_0$; trekt men e'_15'' , a'_11'' , enz. loodrecht op $e'_1d'_1$; neemt men $e'_15'' = e''5''$ (Fig. 1), enz.; vereenigt men de punten $5''$, $1''$, enz. en beschrijft men een veelhoek $1''2''3''4''5''$, welke geheel overeenkomt met den veelhoek $1\ 2\ \dots\ 5$, (Fig. 1), dan stelt de figuur $5''1''2''1''\ \dots\ 3''4''5''e'_1c'_0\ \dots\ b'_0e'_15''$ het ontwikkelde oppervlak van het afgeknotte prisma voor.

3. Een kubus, welke op het horizontale vlak van projectie staat, wordt gesneden door een vlak, dat loodrecht is op het vertikale vlak van projectie. Men vraagt de doorsnede van den kubus met dit vlak te construeeren.

$a'b'c'd'$, $a''c''g''e''$ stellen de projecties van den kubus, PQ en QR de doorgangen van het vlak voor. De constructie van de doorsnede $1\ 2\ \dots\ 5$, geschiedt geheel op dezelfde wijze als in het voorgaande vraagstuk. De lijnen QR en $1\ 2$, $2\ 4$, en $3\ 5$, $1\ 3$, en $4\ 5$, zijn twee aan twee aan elkander evenwijdig, daar zij de doorsneden van evenwijdige zijvlakken van den kubus met een zelfde plat vlak voorstellen.

4 en 5. Van een regelmatige achthoekige piramide valt het grondvlak samen met het horizontale vlak van projectie. Deze piramide wordt gesneden door een vlak, dat loodrecht is op het vertikale vlak van projectie. Men vraagt de doorsnede van de piramide met dat vlak te construeeren en het oppervlak der afgeknotte piramide te ontwikkelen.

4. Bepaal de punten van doorsnede 1, 2, ..., 8 van het gegeven vlak PNR met de opstaande ribben $ta, tb, \dots, th$ van de gegeven piramide $tab \dots h$. Slaat men nu het vlak met de punten 1, 2, ..., 8 om den vertikalen doorgang PN op het vertikale vlak van projectie neder en vereenigt men die punten twee aan twee, dan verkrijgt men een veelhoek 1, 2, ..., 8, welke de gevraagde doorsnede voorstelt.

5. Beschrijf nu een driehoek $t_i t' h'$, welke rechthoekig is in t' en waarvan de rechthoekszijde $t_i t' = t'' t'_i$ is, dan wijst $h' t_i$ de lengte van de opstaande ribben der piramide aan. Men beschrijve nu met $t_i f'_i$ (Fig. 5) $= h' t_i$ (Fig. 4) als straal een cirkelboog en neme daarop de punten $f'_i, e'_i, \dots, g'_i, f'_i$ zoodanig dat $f'_i e'_i = e'_i d'_i = \text{enz.} = g'_i f'_i = a' b'$ (Fig. 4) is. Vereenigt men nu deze punten twee aan twee en elk in 't bijzonder met het punt t_i , dan verkrijgt men de ontwikkeling van de gezamenlijke opstaande zijvlakken der geheele piramide.

Maakt men nu $t' 7'_i$ (Fig. 4) $= t' 7'_i$; trekt men $7'_i 7''_i$ evenwijdig aan $t' t_i$ en neemt men $g'_i 7''_i$ (Fig. 5) $= h' 7''_i$ (Fig. 4), dan stelt het punt 7 een der hoekpunten van het bovenvlak der afgeknotte piramide voor. Op overeenkomstige wijze construeere men de punten 1, 2, enz. 6 en 8. Vereenigt men nu deze punten twee aan twee; construeert men verder een veelhoek 1, 2, 3 4, ..., 8, welke geheel overeenkomt met den veelhoek 1, 2, ..., 8, (Fig. 4), en een regelmatigen achthoek

$a'_0 b'_0 \dots h'_0$, waarvan de zijden gelijk zijn aan de ribben van het grondvlak der piramide, dan is $6 f'_1 e'_1 \dots a'_0 b'_0 \dots h'_0 g_1$, $f'_1 6 7 \dots 3 2_0 \dots 4 5 6$ het ontwikkelde oppervlak der afgeknotte piramide $ab \dots h 8 7 \dots 1$ (Fig. 4).

6. Van een vierhoekige piramide $tabc$ ligt alleen het hoekpunt b van het grondvlak in het horizontale vlak van projectie. Deze piramide wordt gesneden door een vlak. Men vraagt de projecties van de afgeknotte piramide en de werkelijke gedaante van haar bovenvlak te construeeren.

$t' a' b' c' d'$, $t'' a'' b'' c'' d''$ stellen de projecties van de piramide voor, wanneer haar grondvlak met het horizontale vlak van projectie samenvalt. Men late nu de piramide een weinig draaien om een lijn, welke in het horizontale vlak van projectie gelegen is en die het punt b bevat. Zij de lijn NR loodrecht op de as van omdraaiing en nemen wij deze lijn als nieuwe as van projectie aan. Men construeere dan eerst de nieuwe vertikale projectie $a''_0 b''_0 \dots t''_0$ van de piramide in den eerst aangenomen stand; vervolgens de nieuwe vertikale projectie $a''_1 b''_1 \dots t''_1$ van de piramide, nadat men haar een weinig gedraaid heeft, en met behulp daarvan de projecties $t''_2 a''_2 \dots d''_2$, $t''_1 a''_1 \dots d''_1$ van de piramide op de oorspronkelijke vlakken van projectie.

Het vlak, waardoor de piramide wordt afgeknot, is loodrecht op het nieuwe vertikale vlak van projectie aangenomen en derhalve is zijn horizontale doorgang SR loodrecht op NR (11). Zij nu RT de doorgang van dat vlak met het nieuwe vlak van projectie, dan zijn de punten $1''_1$, $2''_1$, enz., waarin RT de lijnen $t''_1 a''_1$, $t''_1 b''_1$, enz. snijdt, de nieuwe vertikale projecties van de snijpunten van het vlak $SR T$ met de ribben ta , tb , enz. Hiermede kunnen nu verder de projecties $1''_2$, $2''_2$, enz. $1''_1$, $2''_1$, enz. alsmede de ware gedaante $1, 2, 3, 4$,

van de doorsnede 1 2 3 4 of van het bovenvlak der afgeknotte piramide $abcd4321$ langs den meermaal beschreven weg terstond gevonden worden.

OVER DE SCHADUW.

Wanneer een voorwerp verlicht wordt, zal die zijde, welke van het licht is afgekeerd, donker zijn; deze zijde van het voorwerp wordt zijn schaduwzijde of ook wel zijn eigenschaduw genoemd. Plaatst men aan diezelfde zijde van het voorwerp een scherm, dan zal een deel van het scherm evenmin licht ontvangen. De donkere plek op het scherm, welke het gevolg is van de aanwezigheid van het voorwerp, noemt men de slagschaduw, of ook wel de schaduw, welke door het voorwerp op het scherm geworpen wordt.

De constructie, zoowel van de eigenschaduw als van de slagschaduw van een voorwerp, is zeer moeilijk, wanneer de lichtbron eenige uitgebreidheid heeft, doch wordt veel gemakkelijker, wanneer men aanneemt, dat de lichtbron door een enkel lichtgevend punt gevormd wordt. Van deze vooronderstelling zullen wij dan ook uitgaan, terwijl wij verder zullen aannemen: 1° dat het lichtgevend punt zoover verwijderd is, dat de lichtstralen, welke langs de kanten van een voorwerp heen strijken, als aan elkander evenwijdig mogen aangemerkt worden; 2° dat de beide projecties van de lichtstralen hoeken van 45° maken met de as van projectie; 3° dat het licht van achteren naar voren en van de linker- naar de rechterzijde invalt.

Trekt men door een punt A een lijn in de richting der lichtstralen en is a' het ontmoetingspunt van deze lijn met het horizontale, a'' het ontmoetingspunt met het vertikale

vlak van projectie, dan noemt men het punt a' dikwijls ter bekorting de schaduw van het punt A op het horizontale, en a'' de schaduw van het punt A op het vertikale vlak van projectie.

PL. X.

SCHADUWEN VAN VLAKKE FIGUREN EN LICHAMEN.

1. De schaduw te construeeren, welke door een driehoek ABC , waarvan het vlak evenwijdig is aan het horizontale vlak van projectie, op dat vlak van projectie geworpen wordt.

Zij a' de schaduw van het punt A op het horizontale vlak van projectie, b' de schaduw van het punt B en c' die van het punt C ; vereenig de punten a' , b' en c' twee aan twee. Van eenig punt P van de zijde CB valt de schaduw p' , gelijk uit een eenvoudige redeneering blijkt, op de lijn $c'b'$ en hieruit volgt, dat de driehoek $a'b'c'$ de slagschaduw van den driehoek ABC voorstelt.

De driehoeken $a'b'c'$ en ABC komen in het onderhavige geval volkomen met elkander overeen (7).

2. Construeer de schaduw van een driehoek ABC , waarvan de ligging naar willekeur is genomen.

De oplossing van dit vraagstuk komt in elk opzicht overeen met die van het voorafgaande.

3. De schaduw van een driehoek ABC valt gedeeltelijk op het horizontale, gedeeltelijk op het vertikale vlak van projectie. Men vraagt deze schaduw te construeeren.

De schaduw van elk der punten A en C valt op het horizontale, die van het punt B op het vertikale vlak van projectie. Neemt men nu voor een oogenblik aan, dat het vertikale vlak van projectie de lichtstralen niet tegenhield, dan zoude de schaduw van het punt B ook op het horizontale vlak van projectie vallen. De constructie van het punt b' , dat klaarblijkelijk op het deel van het horizontale vlak van projectie ligt, dat zich achter het vertikale uitstrekt, geschiedt geheel op dezelfde wijze als de constructie, waardoor men de punten a' en c' leert kennen. In de boven aangenomen vooronderstelling zoude $a' b' c'$ de schaduw van den driehoek ABC aanwijzen. Daar echter het vertikale vlak van projectie de lichtstralen niet doorlaat, zoo zal de schaduw op het horizontale vlak van projectie bij de as van projectie MN ophouden en in de punten p en q overgaan op het vertikale vlak van projectie. Is nu b'' de schaduw van B op het vertikale vlak van projectie, dan wordt de gezochte schaduw van ABC klaarblijkelijk voorgesteld door de figuur $a' p b'' q c'$.

Bepaalt men in de lijn AB het punt P , waarvan de schaduw in p en in de lijn BC het punt Q , waarvan de schaduw in q valt, en vereenigt men de punten P en Q , dan is het duidelijk, dat de schaduw van den driehoek BPQ geheel op het vertikale en de schaduw van den vierhoek $APQC$ uitsluitend op het horizontale vlak van projectie valt.

4. De schaduw te construeeren van een veelhoek $ABCDE$.

De stand van den veelhoek is zoodanig gekozen, dat zijn schaduw voor een deel op het horizontale, voor een deel op het vertikale vlak van projectie valt. De constructie van de schaduw $a' p e'' d'' c'' q b'$ verschilt zoo weinig van die in het voorgaande vraagstuk, dat het wel onnoodig zal zijn daarbij

stil te staan. Bepaalt men het punt P , waarvan de schaduw in p en het punt Q , waarvan de schaduw in q valt, dan stelt PQ de lijn van afscheiding van de twee deelen der figuur voor, waarvan het eene zijn schaduw uitsluitend op het horizontale, het andere uitsluitend op het vertikale vlak van projectie werpt.

5. De slagschaduw en de eigenschaduw te construeeren van een vierhoekige piramide $TABCD$, welke op het horizontale vlak van projectie staat.

Bepaal de schaduw van den top T op het horizontale vlak van projectie; zij t' dit punt. Vereenig het punt t' met elk der punten A' en C' , dan is $t'A'B'C'$ de slagschaduw van de piramide op het horizontale vlak van projectie.

De zijvlakken ATB en BTC ontvangen klaarblijkelijk geen licht en vormen dus de eigenschaduw van de piramide. De horizontale projectie van de eigenschaduw is in haar geheel, de vertikale daarentegen in 't geheel niet zichtbaar.

6. Construeer de slagschaduw en de eigenschaduw van een driehoekig prisma $ABCD$, waarvan het grondvlak samenvalt met het horizontale vlak van projectie.

Bepaal de schaduw d' van het punt D op het horizontale vlak van projectie en vereenig de punten B' en d' , dan is $B'd'$ een der grenslijnen van de gezochte schaduw. De ontmoetingspunten van de lichtstralen, welke langs de ribbe DE strijken, met het horizontale vlak van projectie, liggen op een lijn $d'e'$, welke evenwijdig is aan $D'E'$; de ontmoetingspunten van de stralen, welke langs de ribbe AE strijken, zijn gelegen in een lijn, welke evenwijdig is aan $B'd'$ en die het punt A' bevat. De slagschaduw van het prisma wordt dus voorgesteld door het parallelogram $A'B'd'e'$; een deel daarvan wordt door de horizontale projectie van het lichaam aan het gezicht onttrokken.

De eigenschaduw van het prisma bepaalt zich tot het zijvlak $ABDE$; daarvan kan echter noch de horizontale, noch de vertikale projectie gezien worden.

7. Een driehoekige piramide $TABC$ staat op het horizontale vlak van projectie en zoo dicht bij het vertikale vlak van projectie, dat hare schaduw gedeeltelijk op het eene, gedeeltelijk op het andere vlak valt. Men vraagt deze schaduw, zoo mede de eigenschaduw der piramide te construeeren.

Werden de lichtstralen niet voor een deel door het vertikale vlak van projectie opgevangen, dan zoude de driehoek $A'C't'$, de slagschaduw van het lichaam zijn. Daar echter de lichtstraal, welke door den top gaat, het vertikale vlak van projectie in het punt t'' ontmoet, zoo zullen de grenslijnen van de schaduw bij m en n van richting veranderen, en op het punt t'' uitloopen; de schaduw op het horizontale vlak van projectie wordt dus door $A'C'mn$, die op het vertikale door $nt''m$ aangewezen. De schaduw op het eerste vlak wordt gedeeltelijk door de horizontale projectie der piramide bedekt.

De eigenschaduw van de piramide strekt zich slechts uit tot het zijvlak ATC ; de projecties van die eigenschaduw zijn beide niet zichtbaar.

8 Deslagschaduw en de eigenschaduw te construeeren van een driehoekig prisma $ABCD$, dat op het horizontale vlak van projectie is geplaatst en wel zoo nabij het vertikale vlak van projectie, dat op elk der beide vlakken van projectie een deel van de schaduw geworpen wordt.

Zooals uit de teekening blijkt, zijn de projecties van het prisma zoodanig gekozen, dat de schaduw van elk der punten D , E en F op het vertikale vlak van projectie valt. Van de

lichtstralen, welke langs de ribbe BE strijken, vallen de ontmoetingspunten met de vlakken van projectie op de lijnen $B'm$ en me'' en van de lichtstralen, die langs de ribbe AD strijken, op de lijnen $A'n$ en nd'' ; de lijnen $B'm$, $A'n$ en me'' , nd'' zijn twee aan twee aan elkander evenwijdig. De schaduw op het horizontale vlak van projectie ligt voor een deel verborgen achter de horizontale projectie van het prisma.

De eigenschaduw van het prisma strekt zich uit tot de zijvlakken AF en BF ; in de horizontale projectie is van de eigenschaduw slechts het deel $B'E'F'C'$ en in de vertikale projectie het deel $B''E''F''C''$ zichtbaar.

9. Construeer de slagschaduw en de eigenschaduw van een vierhoekige piramide $TABCD$. De stand van de piramide moet alleen aan de voorwaarde voldoen, dat haar schaduw zoowel op het horizontale als op het vertikale vlak van projectie valt.

$a'b'c'd'$ is de schaduw van het grondvlak; deze schaduw valt, gelijk uit de teekening blijkt, geheel op het horizontale vlak van projectie. De schaduw t'' van den top valt op het vertikale vlak van projectie. De schaduw van de piramide is dus $a'b'mt''nc'd'$.

Daar alleen het zijvlak BTC en het grondvlak $ABCD$ geen licht ontvangen, zoo kan van de eigenschaduw der piramide in de projecties van dat lichaam niets blijken.

10. Men vraagt de slagschaduw en de eigenschaduw te construeeren van een zeshoekig prisma $ABCDEL$, waarvan de schaduw gedeeltelijk op het horizontale, gedeeltelijk op het vertikale vlak van projectie valt.

De constructie van de slagschaduw $a'nf''g''h''m'c'\bar{a}'e'$ op de vlakken van projectie zal, met het oog op de voorafgaande vraagstukken, wel geen nadere toelichting behoeven;

de lijnen $a'n$, $c'm$ en nf'' , mh'' zijn twee aan twee aan elkander evenwijdig.

De eigenschaduw van het prisma omvat de zijvlakken AL , EK , KC en $F G H K L$. De projecties van de eigenschaduw worden door de projecties zelve van het prisma aan het gezicht onttrokken.

PL. XI.

SCHADUWEN VAN LICHAMEN.

1. Construeer de slagschaduw en de eigenschaduw van een rechthoekig parallelipedum, waarvan een der zijvlakken evenwijdig is aan het horizontale vlak van projectie, terwijl een der andere zijvlakken samenvalt met het vertikale vlak van projectie.

Laten $E' D' C' F'$ en $A'' D'' C'' B''$ de projecties van het parallelipedum voorstellen. Bepaal de schaduw van elk der punten B , C en D op het vertikale vlak van projectie; zij b'' de schaduw van B , c'' die van C en d'' die van het punt D . Trek de lijnen $D'' d''$, $d'' c''$, $c'' b''$ en $b'' B''$, dan zijn deze lijnen benevens de lijnen $D'' C''$ en $C'' B''$ de grenslijnen der gezochte schaduw.

De eigenschaduw van het lichaam wordt gevormd door de zijvlakken $DEFC$ en $BCFL$; daarvan valt echter in de projecties niets in 't gezicht.

2. De slagschaduw en de eigenschaduw te construeeren van een rechthoekig prisma, waarvan het grondvlak een gelijkbeenige driehoek is. Een der opstaande zijvlakken valt samen met het vertikale

vlak van projectie, terwijl het grondvlak evenwijdig is aan het horizontale vlak van projectie.

Zij $D' E' F'$ de horizontale en $A'' D'' F'' C''$ de vertikale projectie van het prisma. Bepaal de ontmoetingspunten b'' en e'' van de lichtstralen, welke door de punten B en E gaan, met het vertikale vlak van projectie; trek de lijnen $D'' e''$, $e'' b''$ en $b'' C''$, dan is $D'' F'' C'' b'' e'' D''$ de gevraagde slagschaduw.

De eigenschaduw van het prisma strekt zich uit over het grondvlak en het zijvlak $B E F C$, maar alleen de vertikale projectie van de eigenschaduw van het laatste zijvlak is zichtbaar.

3. Van een vijfhoekig rechthoekig prisma is het grondvlak evenwijdig aan het horizontale vlak van projectie, terwijl een der opstaande zijvlakken samenvalt met het vertikale vlak van projectie. Men vraagt de slagschaduw en de eigenschaduw van dit lichaam te construeeren.

Zij $E' F' G' H' K'$ de horizontale en $A'' F'' L'' E''$ de vertikale projectie van het gegeven prisma. Construeer de schaduw van elk der punten G, H, K en D op het vertikale vlak van projectie; deze schaduwen worden aangewezen door de punten g'', h'', k'' , en d'' . Vereenig de punten F'', g'', h'', k'', d'' en E'' twee aan twee, dan stelt $F'' L'' E'' d'' k'' h'' g'' F''$ de slagschaduw van het prisma op het vertikale vlak van projectie voor.

De eigenschaduw van het prisma is beperkt tot het grondvlak en het zijvlak $D E L K$. In de projecties is van de eigenschaduw alleen het deel $D'' E'' L'' K''$ zichtbaar.

4—6. Men vraagt de slagschaduw en de eigenschaduw te construeeren van een zuil en van een daarop liggend dekstuk. De zuil staat op het horizontale vlak van projectie; het dekstuk en de zuil rusten beide met een hunner zijvlakken tegen het vertikale vlak van projectie.

4. De zuil MF en het dekstuk BG hebben beide den vorm van een rechthoekig parallelipedum.

Slagschaduw van het dekstuk. Ware de zuil niet aanwezig, dan zoude $D''d''c''b''B''C''D''$ de slagschaduw van het dekstuk zijn (zie Fig. 1). Thans echter zullen de lichtstralen, welke langs de ribbe CD strijken, voor een deel door het voorvlak MF van de zuil worden opgevangen. Om nu de grenslijn van de schaduw op dat vlak te construeeren, bepale men in de lijn CD het punt P zoodanig, dat zijn schaduw p'' op de lijn ME valt. Trekt men nu de lijn $p''q''$ evenwijdig aan $d''c''$, dan is deze de gezochte grenslijn. Bepaalt men in de lijn CD het punt Q zoodanig, dat zijn schaduw q'' op de ribbe NF valt, dan zullen de lichtstralen, welke tusschen de punten Q en C langs de ribbe CD strijken, weder door het vertikale vlak van projectie worden opgevangen.

Slagschaduw van de zuil. Deze valt gedeeltelijk op het horizontale, gedeeltelijk op het vertikale vlak van projectie. Van de schaduw $L'N'n$ op het horizontale vlak van projectie is alleen de driehoek $H'mn$ zichtbaar; de lijn $N'n$ is het verlengde van $Q'N'$. De schaduw op het vertikale vlak van projectie strekt zich uit tot de lijn nq'' , welke uit het punt n loodrecht op de as van projectie XY is getrokken; boven de lijn $c''d''$ vallen de slagschaduwen van de zuil en het dekstuk samen.

Eigenschaduw van de zuil en van het dekstuk. In de projecties is van geen van beide iets zichtbaar.

5. De zuil $EFGM$ heeft de gedaante van een rechthoekig prisma, dat den gelijkbeenigen driehoek $E'F'G'$ tot grondvlak heeft. Het dekstuk HB is weder een rechthoekig parallelipedum.

Slagschaduw van het dekstuk. De lichtstralen, welke

langs de ribbe HD gaan, vallen gedeeltelijk op het vertikale vlak van projectie, gedeeltelijk op het zijvlak EM van de zuil. De lichtstraal, welke door het punt D gaat, ontmoet het zijvlak EM in een punt, waarvan de horizontale projectie in den horizontalen doorgang $E'M'$ van dit zijvlak ligt (11), en daar die projectie ook ligt in den lijn $D'd'$, welke met de as van projectie een hoek van 45° maakt, zoo is het punt d' de gezochte horizontale projectie; de vertikale projectie d'' van het ontmoetingspunt ligt in de lijn, welke door D'' onder een hoek van 45° met de lijn XY is getrokken. Hieruit volgt verder dat $D'd''$ een van de grenslijnen der slagschaduw voorstelt. Bepaalt men nu het punt P van de ribbe CD , waarvan de schaduw p'' op de ribbe FM valt, dan is $d''p''$ mede een grenslijn van de slagschaduw. De constructie van de overige grenslijnen $B'b''$, $b''c''$ en $c''p''$ kan geen bezwaar opleveren.

Slagschaduw van de zuil. Deze slagschaduw valt weder gedeeltelijk op het horizontale, gedeeltelijk op het vertikale vlak van projectie. Van de eerste, namelijk $F'G'n$, is slechts het deel $K'mn$ zichtbaar; het overige deel wordt bedekt door de horizontale projectie van het dekstuk. De schaduw op het vertikale vlak wordt begrensd door de lijn np'' , welke uit n loodrecht op XY is getrokken. De lijn $F'n$ vormt het verlengde van de lijn $P'F'$.

Eigenschaduw van de zuil en van het dekstuk. De vertikale projectie, van de eigenschaduw van het zijvlak MG is het eenige wat men van de eigenschaduw der lichamen kan zien.

6. De zuil en het dekstuk zijn beide rechthoekige prisma's; het eerste heeft den veelhoek $W'G'H'K'L'U'$ tot grondvlak en $U'L''$ tot hoogte, het tweede den veelhoek $M'D'E'F'N'$ tot grondvlak en $A''D''$ tot hoogte.

Slagschaduw van het dekstuk; deze slagschaduw valt deels op het vertikale vlak van projectie, deels op de zuil.

De lichtstralen, welke langs de ribbe MD strijken, ontmoeten alle het vertikale vlak van projectie.

De lichtstralen, welke langs de ribbe DE en door de punten gaan, welke gelegen zijn tusschen de punten:

D en V vallen op het vertikale vlak van projectie;

V en R „ „ „ zijvlak WG van de zuil;

R en T „ „ „ „ GH „ „ „

T en S „ „ „ „ HK „ „ „

S en P „ „ „ „ KL „ „ „

P en E „ „ „ vertikale vlak van projectie.

V is het punt, waarvan de schaduw op de ribbe valt, die W' tot horizontale projectie heeft, R het punt, waarvan de schaduw op de ribbe valt, die G' tot horizontale projectie heeft, enz. De lijntjes $d''v''$ en $p''e''$ zijn deelen van de lijn $d''e''$. De constructie van de overige grenslijnen $C''c''$, $e''f''$, $f''e''$ van de slagschaduw van het dekstuk zal wel niet behoeven toegelicht te worden.

Slagschaduw van de zuil. Voor zoover deze schaduw op het horizontale vlak van projectie valt is zij onzichtbaar, daar deze schaduw, namelijk de driehoek $U'L'n$ bedekt wordt door de horizontale projectie van het dekstuk. De slagschaduw op het vertikale vlak van projectie ligt tusschen de lijnen $U''L''$ en np'' , welke laatste lijn uit n loodrecht op de as van projectie XY getrokken is.

Eigenschaduw van de zuil en van het dekstuk; de eigenschaduw van beide is in de projecties onzichtbaar.

7. Op het horizontale vlak van projectie staat een vijfhoekige piramide $TABCDE$; voorts ligt op dat vlak een balk ML , welke de gedaante heeft van een rechthoekig parallelipedum. Van beide lichamen

de slagschaduw en de eigenschaduw te construeeren.

Slagschaduw van de piramide. Ware de balk niet aanwezig dan zoude $t' A' E' D' C' t'$ de slagschaduw van de piramide aanwijzen; thans valt de schaduw gedeeltelijk op den balk. Om nu deze laatste schaduw te construeeren, bepaal men het punt t_0 , waar de lichtstraal, welke door den top T gaat, het vlak, dat met het bovenvlak GL van den balk samenvalt, snijdt. Trekt men nu uit t_0 de lijn $t_0 r'$ evenwijdig aan $t' A'$ en de lijn $t_0 s'$ evenwijdig aan $t' C'$, dan is $v r' s w'$ de slagschaduw van de piramide op den balk, voor zoover zij in de horizontale projectie zichtbaar is. Bepaal men nu de vertikale projecties van de punten q , r , s en u en trekt men de lijnen $q'' r''$ en $s'' u''$, dan is $q'' r'' s'' u''$ de vertikale projectie van de schaduw, die door de piramide op het zijvlak MK van den balk geworpen wordt. Het deel $q'' x D''$ van $q'' r'' s'' u''$ wordt door de vertikale projectie van de piramide bedekt.

Slagschaduw van den balk. Deze schaduw valt geheel op het horizontale vlak van projectie. Om haar te construeeren heeft men alleen de schaduw k' van het punt K op het horizontale vlak van projectie te bepalen, daar de grenslijn $H' h'$ van de schaduw evenwijdig is aan $K' k'$, de grenslijn $h' l'$ evenwijdig is aan $H' L'$ en de grenslijn $k' l'$ gelijk en evenwijdig aan $K' L'$ is.

Eigenschaduw van de piramide. Deze schaduw strekt zich uit de zijvlakken ATE , ETD en $DT C$; de horizontale projectie van deze eigenschaduw is geheel zichtbaar, de vertikale projectie bepaalt zich tot $C' T'' D''$.

Eigenschaduw van den balk. Van deze schaduw is alleen de vertikale projectie van het niet verlichte zijvlak KP te zien.

PL. XII.

SCHADUWEN VAN LICHAMEN.

De bewerking van de figuren dezer plaat zal slechts in hoofdtrekken aangegeven worden.

1. De slagschaduw en de eigenschaduw van een kruis te construeeren.

Zij $C'' F''' D''' G'''$ de projectie van het kruis en $A''' B'''$ die van zijne armen op een vertikaal vlak, waarvan MP den horizontalen doorgang aanwijst. De armen van het kruis zijn even lang als het deel, dat boven de armen uitsteekt. Deze gegevens zijn voldoende om de projecties van het kruis op de oorspronkelijke vlakken van projectie te kunnen construeeren.

Zij nu b'' de schaduw van het punt B op het vertikale vlak van projectie, e'' die van het punt E , c'' die van het C en c' de schaduw van het punt C op het horizontale vlak van projectie. Trek de lijnen $b'' e''$, $F'' m c'$ en $m c''$; verder de lijn $D' n$ evenwijdig aan $F'' m$, de lijn $n g''$ evenwijdig aan $m c''$ en de lijnen $G'' g''$, $V'' v''$ onder een hoek van 45° met de as van projectie MN . Trek de lijn $g'' v''$ evenwijdig aan $b'' e''$ en vereenig de punten c'' en v'' . De grenslijnen van de schaduw op het horizontale vlak van projectie zijn evenwijdig aan $F'' m$, terwijl de grenslijnen van de schaduw op het vertikale vlak van projectie deels aan de lijn $m c''$, deels aan de lijn $b'' e''$ en overigens aan de lijn $c'' v''$ evenwijdig zijn. De schaduw van het bovenddeel van het kruis valt gedeeltelijk op een der armen; de horizontale projectie $p q$ van de grenslijn dezer schaduw is evenwijdig aan $F'' m$. De vertikale projectie van de eigenschaduw van het kruis is slechts voor een deel, de horizontale projectie in 't geheel niet zichtbaar.

2. De slagschaduw en de eigenschaduw te construeeren van een vierkante tafel, welke op het horizontale vlak van projectie staat. Een der kanten van het tafelblad is evenwijdig aan het vertikale vlak van projectie.

Zij a'' de schaduw van het punt A op het vertikale vlak van projectie, f'' die van het punt F , d'' die van het punt D en c'' die van het punt C . Deze punten a'', f'', c'', d'' , bepalen den omtrek van de schaduw, die door het tafelblad op het vertikale vlak van projectie geworpen wordt. Een deel van de schaduw van het tafelblad valt op de tafel zelve; om deze te construeeren, bepale men in den kant HD het punt P , waarvan de schaduw p'' op den kant BE van den poot BV valt; trekt men nu $p''q''$ evenwijdig aan $a''f''$, dan is $p''q''$ de vertikale projectie van de grenslijn dezer schaduw. De grenslijnen van de schaduw der pooten op het horizontale vlak van projectie maken met de as van projectie MN hoeken van 45° , terwijl de grenslijnen van de schaduw van de pooten op het vertikale vlak van projectie loodrecht zijn op MN . Construeer de schaduw e'' van het punt E op het vertikale vlak van projectie; trek $e''n$ evenwijdig aan $a''f''$ en $e''m$ evenwijdig aan $c''f''$, dan is de constructie van de slagschaduw der tafel afgeloopen.

De projecties van de eigenschaduw der tafel zijn niet zichtbaar.

3. Construeer de projecties van de slagschaduw, welke door een schoorsteen RQ geworpen wordt op een hellend vlak, waarvan de doorgangen AC en BD evenwijdig zijn aan de as van projectie MN . Op den schoorsteen ligt een dekplaat HL , welke, even als de schoorsteen zelf, den vorm heeft van een rechthoekig parallelipedum.

Om dit vraagstuk op te lossen heeft men een nieuw vertikaal vlak van projectie aangenomen, waarvan de horizontale doorgang MT loodrecht is op MN , en dit vlak om den vertikalen doorgang MP op het oorspronkelijke vertikale vlak van projectie nedergeslagen.

Zij nu AB , de doorgang van het hellend vlak met het nieuwe vlak van projectie en $R'''L'''$ de nieuwe vertikale projectie van den schoorsteen en van zijn dekplaat. Bepaal de nieuwe vertikale projectie van de lijn, volgens welke het licht zich voortplant; deze projectie maakt met de lijn MP een hoek van 45° . Construeer de nieuwe vertikale projecties e''' , l''' , k''' , q''' en h''' van de punten, waarin de lichtstralen, welke door de punten E , L , K , Q en H gaan, het hellend vlak snijden. Trek uit e''' een lijn $e'''e''$ evenwijdig aan MN en uit E'' een lijn $E''e''$ onder een hoek van 45° met MN , dan is e'' de vertikale projectie van het snijpunt van den lichtstraal, welke door het punt E gaat met het hellend vlak. Trek $e''e'$ loodrecht op MN en de lijn $E'e'$ onder een hoek van 45° met MN , dan is e' de horizontale projectie van laatstgenoemd snijpunt. Handelt men nu evenzoo ten aanzien van elk der punten L , K , enz, dan verkrijgt men voldoende gegevens om de vraag te kunnen beantwoorden.

De dekplaat werpt ook een slagschaduw op den schoorsteen; de lijn $p''q''$, welke evenwijdig is aan $P''H''$, is de vertikale projectie van de grenslijn dezer schaduw.

4. Tegen een vertikalen muur, welke van een plint CD is voorzien, rust een trapje AH . Men vraagt de slagschaduw van dit trapje te construeeren.

Neem den muur als vertikaal vlak van projectie aan. Neem verder een nieuw vertikaal vlak van projectie loodrecht op de as van projectie MN aan en sla dit vlak om zijn vertikalen doorgang NQ op het eerste vertikale vlak van projec-

tie neder. Zij $A''' H'''$ de nieuwe vertikale projectie van het trapje, $D'' D''' E'''$ die van het plint.

Stellen wij nu voor een oogenblik, dat het plint niet aanwezig is. Trek door A''' een lijn $A''' a'''$, welke met NQ een hoek van 45° maakt, dan is het snijpunt a''' van deze lijn met de lijn NQ de nieuwe vertikale projectie van de schaduw van het punt A op den muur; de schaduw a'' wordt nu gemakkelijk geconstrueerd. Bepaal op den kant AH het punt B , waarvan de schaduw b'' in de lijn MN valt. Vereenig het punt b'' met de punten H' en a'' , dan doet $H' b''$ de richting kennen van de grenslijn der schaduw, die door de zijstukken van het trapje op het horizontale vlak van projectie geworpen wordt en $a'' b''$ de richting van de grenslijnen der schaduw, die de zijstukken op het vertikale vlak van projectie werpen. Ten gevolge van de aanwezigheid van het plint loopen de eerstgenoemde grenslijnen slechts tot de lijn $C' D'$ en de laatste slechts tot de lijn $C' D''$ door. Bepaalt men nu in den kant AH het punt G , waarvan de schaduw g'' op de lijn $C D$ valt, dan kan men de projecties van de schaduw, welke de zijstukken op het plint werpen, terstond in teekening brengen; de lijn $w'' g''$ is natuurlijk evenwijdig aan $a'' b''$ en de lijn $m' n'$ evenwijdig aan $H' b''$.

De constructie van de schaduw der treden kan geen moeilijkheid opleveren; de schaduw van de trede KL valt gedeeltelijk op den muur, gedeeltelijk op het bovenvlak van het plint, terwijl de schaduw van de trede XY voor een deel op het voorvlak van het plint en overigens op het horizontale vlak van projectie wordt geworpen.

Van het linker zijstuk valt de schaduw gedeeltelijk op de treden; de horizontale projecties $p q$ en $r s$ van de grenslijnen dezer slagschaduwen zijn evenwijdig aan $H' b''$.

